http://journal.unoeste.br/index.php/ce/index
DOI: 10.5747/ce.2022.v14.e392
ISSN on-line 2178-8332

Colloquium Exactarum

Submetido: 25/04/2022 Revisado: 29/04/2022 Aceito: 10/08/2022

ALGORITMO GENÉTICO DE CHAVES ALEATÓRIAS VICIADAS ESPECIALIZADO PARA O PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL NÃO GUILHOTINADO

BIASED RANDOM KEY GENETIC ALGORITHM SPECIALIZED FOR THE PROBLEM OF TWO-DIMENSIONAL CUTTING NON-GUILLOTINED

Eliane Vendramini de Oliveira

Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC, Presidente Prudente, SP.
E-mail: eliane.oliveira5@fatec.sp.gov.br

RESUMO – O Problema de Corte Bidimensional tem relação direta com problemas de indústrias que trabalham com aço, madeira, vidro, entre outros que necessitam encontrar um padrão de corte que lhes proporcione maior lucro entre as peças cortadas. Existem diversas propostas para a resolução desse problema. Em particular, as propostas de solução utilizando meta-heurísticas foram o foco desta pesquisa. Assim neste artigo é apresentado um algoritmo genético especializado de chaves aleatórias viciadas. Foram realizados vários testes utilizando instâncias conhecidas na literatura específica, e os resultados encontrados pela meta-heurística proposta foram em muitos casos, iguais ou superiores, aos resultados já publicados na literatura. Outro comparativo de resultados apresentado neste artigo está relacionado aos resultados obtidos pela meta-heurística especialista e resultados encontrados por modelagem matemática utilizando software comercial. Nesse caso, novamente o algoritmo genético apresentou resultados iguais ou muito próximos do ótimo encontrado pelo modelo matemático. Adicionalmente, a proposta de otimização foi ampliada para corte bidimensional não guilhotinado sem orientação das peças.
Palavras-chave: Problema de Corte Bidimensional; Meta-Heurística; Algoritmo Genético.

ABSTRACT – The Two-Dimensional Cutting Problem has a direct relationship with problems of industries. There are several proposals for solving this problem. In particular, solution proposals using metaheuristics were the focus of this research. Thus, in this paper we present a specialized genetic algorithm of randomized random keys. Several tests were performed using known instances in the specific literature, and the results found by the metaheuristic proposed were in many cases, equal or superior, to the results already published in the literature. Another comparative of results presented in this paper is related to the results obtained by the metaheuristic expert and results found by mathematical modeling using commercial software. In this case, again the genetic algorithm presented results equal to or very close to the optimum found by the mathematical model. In addition, the optimization proposal was extended to two-dimensional non-guillotine cut without parts orientation.
Keywords: Two-Dimensional Cutting Problem; Meta-Heuristics; Genetic Algorithm.

1. INTRODUÇÃO

No estágio de globalização que se encontram os mercados atualmente, produtos com preços competitivos têm sido cada vez mais almejados pelas indústrias. Para tanto, tem-se investido em otimização de processos industriais para se atingir a competitividade necessária. Vários tipos de problemas surgem quando se trata de otimizar processos produtivos, dentre eles, destaca-se o problema de corte bidimensional não guilhotinado.

O problema foi introduzido na literatura por Gilmore e Gomory (1961) e segundo Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit (2007) consiste em cortar peças retangulares de uma placa retangular maior, podendo ser aço, tecido, papel, vidro, madeira, ou até mesmo colocação de anúncios nas páginas de jornais e revistas, de forma a maximizar o valor total das peças cortadas, ou minimizar o desperdício de material, se for tomado o valor de uma peça como sendo proporcional à sua área (Hadjiconstantinou; Christofides, 1995), onde somente duas dimensões são consideradas pelo problema em estudo e a técnica de corte a laser é utilizada no referido problema.

Muitas vezes o que se vê na indústria são peças com alto valor agregado que devem ser cortadas da placa, porém estas peças isoladas não significam o produto pronto para ser entregue, e para que o produto seja finalizado pela indústria, esta peça com alto valor deve interagir com outras peças cujo valor é menor, mas não menos importante para a entrega do produto final. Desta forma, a indústria de corte de matéria-prima se vê obrigada a cortar as peças de menor valor e desse impasse surgem os limitantes inferiores e superiores aplicados na quantidade de cada peça a ser cortada. Por mais que seja interessante para a indústria cortar as peças mais valiosas, deve-se respeitar as restrições dos dois limitantes.

Entre os problemas de corte existem os que são guilhotinados e os que são não guilhotinados. Em várias indústrias, o equipamento de corte opera de tal forma que qualquer corte feito sobre um retângulo deve ser realizado em uma linha reta de uma borda da placa a outra. Esse tipo de corte é referido como corte de guilhotina (Lai; Chan, 1997). No entanto, em algumas aplicações, o corte de guilhotina não é o mais indicado viabilizando a utilização de uma outra técnica de corte chamada corte a laser, permitindo o corte não guilhotinado.

Este artigo teve como objetivo identificar a aplicação de uma meta-heurística na resolução do problema de corte bidimensional não guilhotinado, em particular foram analisados os artigos de Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit (2007) onde foi utilizado a meta-heurística Tabu Search para a resolução do problema, o artigo de Lai e Chan (1997) onde a meta-heurística Simulated Annealing foi escolhida para a resolução do problema e o artigo de Gonçalves e Resende (2013) onde foi aplicado a meta-heurística Algoritmo Genético para resolver o problema. Como objetivo específico, o trabalho propôs aplicar uma meta-heurística na resolução do problema, o Algoritmo Genético de Chaves Aleatórias Viciadas, proposto por Gonçalves e Resende (2013) acrescentando melhorias em sua implementação.

O artigo está organizado em seções. Na seção 2 é apresentada a modelagem matemática do problema. Na seção 3 é descrito o algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas especializado para otimizar o problema de corte bidimensional não guilhotinado. Na seção 4 são apresentados e analisados os resultados encontrados neste trabalho. Na seção 5 são descritas as conclusões e as considerações finais do artigo.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Hadjiconstantinou e Christofides (1995) descrevem a modelagem matemática para o problema de corte bidimensional, ortogonal, não guilhotinado, com orientação das peças e restrito com relação ao limitante superior da seguinte maneira:

Seja $A_0 = (\alpha_0, \beta_0)$ uma placa retangular com comprimento α_0 e altura β_0 e seja *R* um conjunto de *m* peças retangulares menores $R_1, R_2, \dots, R_m$ com dimensões (α_1, β_1), (α_2, β_2),..., (α_m, β_m) e com valores correspondentes $v_1, v_2, \dots, v_m$ para cada peça de *R*. O objetivo é construir um padrão de corte não guilhotinado para A_0 com o maior valor total possível usando não mais do que Q_i exemplares de cada peça R_i para todos $i = 1, \dots, m$. Existe também um requisito mínimo de P_i exemplares de cada peça R_i para ser usado no padrão de corte.

Hadjiconstantinou e Christofides (1995) assumiram as seguintes hipóteses: (i) Todas as dimensões (α_i, β_i), para $i = 0, \ldots, m$, são assumidas de valores inteiros e, portanto, os cortes nas placas devem ser feitos em etapas inteiras ao longo dos eixos *x* ou *y*. Esta limitação não é considerada grave pelos autores, já que na prática as dimensões reais podem ser ampliadas; (ii) A orientação das peças é considerada fixa, ou seja, uma peça de comprimento e e altura $\not f$ é diferente de uma peça de comprimento $\not f$ e altura e; (iii) Cada peça deve ser cortada com suas bordas paralelas às bordas da placa (cortes ortogonais).

Para formular o problema como um problema de programação inteira zero-um, tem-se o seguinte:

$$L_i = \{x \mid 0 \leq x \leq \alpha_0 - \alpha_i, x\ inteiro\}$$

seja o conjunto de todos os pontos possíveis *x* ao longo do comprimento de A_0, de modo que qualquer peça R_i do conjunto *R* possa ser cortada de A_0 com a sua altura paralela ao eixo *y* e a peça cortada tenha seu canto inferior esquerdo em qualquer $x \in L_i$. Da mesma forma os autores definiram o seguinte:

$$W_i = \{y \mid 0 \leq y \leq \beta_0 - \beta_i, y\ inteiro\}.$$

Os conjuntos L_i e W_i são definidos para $i = 1, \ldots, m$. Além disso, deixa-se:

$$x_{ijp} = \begin{cases} 1, & \text{se o j-ésimo exemplar da peça i é cortado com seu canto inferior esquerdo na x-posição p onde j = 1,…, } Q_i \text{ e } p \in L_i, \\ 0, & caso\ contrário. \end{cases}$$

$$y_{ijq} = \begin{cases} 1, & \text{se o j-ésimo exemplar da peça i é cortado com seu canto inferior esquerdo na y-posição q onde j = 1,…, } Q_i \text{ e } q \in W_i, \\ 0, & caso\ contrário. \end{cases}$$

$z_{rs} = 1$ se ponto (r, s) em A_0, onde $r = 0, \ldots, \alpha_0 - 1$ e $s = 0, \ldots, \beta_0 - 1$, não foi cortado por nenhuma peça do conjunto *R*.

A formulação matemática de Hadjiconstantinou e Christofides (1995) assume a seguinte forma:

$$Max\ \ Z = \sum_{i=1}^{m} v_i \sum_{j=1}^{Q} \sum_{p \in L} x_{ijp} \tag{1}$$

sujeito a

$$\sum_{s=q}^{q+\beta_1-1} \sum_{r=p}^{p+\alpha_1-1} z_{rs} \leq \left(2 - x_{ijp} - y_{ijq}\right)\alpha_i\beta_i, i = 1, \ldots, m,\ \ j = 1, \ldots, Q_i\ \ \ p \in L_i, q \in W_i, \tag{2}$$

$$\sum_{p\ \in\ L_i} x_{ijp} \leq 1,\ \ i = 1, \ldots, m,\ \ \ j = 1, \ldots, Q_i, \tag{3}$$

$$\sum_{p\ \in\ L_i} x_{ijp} = \sum_{q\ \in\ W_i} y_{ijq}\,, \qquad i = 1, \ldots, m, \qquad j = 1, \ldots, Q_i, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_i \sum_{j=1}^{Q_i} \sum_{p=r-\alpha_1+1, p \in L_i}^{r} x_{ijp} + \sum_{s=0}^{\beta_0-1} z_{rs} = \beta_0, r = 0, \ldots, \alpha_0 - 1, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i \sum_{j=1}^{Q_i} \sum_{q=s-\beta_1+1, q \in W_i}^{s} y_{ijq} + \sum_{r=0}^{\alpha_0-1} z_{rs} = \alpha_0, \qquad s = 0, \ldots, \beta_0 - 1, \tag{6}$$

$$x_{ijp}, y_{ijq} \in \{0,1\},\ \ i = 1, \ldots, m,\ \ \ j = 1, \ldots, Q_i,\ \ p \in L_i,\ \ q \in W_i, \tag{7a}$$

$$z_{rs} \in \{0,1\}, \qquad r = 0, \ldots, \alpha_0 - 1, \qquad s = 0, \ldots, \beta_0 - 1. \tag{7b}$$

A restrição (2) garante que qualquer ponto em A_0 seja cortado em, no máximo, uma peça. As restrições (3) e (4) expressam o fato de que qualquer peça é cortada no máximo uma vez em A_0. A restrição (5) garante que nem todas as peças do conjunto *R*, cuja soma das alturas excedem β_0, podem ser cortadas em A_0 com o mesmo comprimento, tendo como origem os cantos inferiores esquerdos de cada peça. Da mesma forma, a restrição (6) assegura que se a soma dos comprimentos das peças excederem α_0, então nem todas essas peças poderão ser cortadas em A_0 com a mesma altura, tendo como origem seus cantos inferiores esquerdos.

Este modelo é uma formulação completa do problema de corte bidimensional, ortogonal, não guilhotinado envolvendo aproximadamente

N_c restrições e N_v variáveis inteiras na seguinte forma:

$$N_c = 2\sum_{i=1}^{m} Q_i + \sum_{i=1}^{m} Q_i\,|L_i||W_i| + \alpha_0 + \beta_0 \tag{8}$$

e

$$N_v = \sum_{i=1}^{m} Q_i\,(|L_i| + |W_i|) + \alpha_0\beta_0. \tag{9}$$

Segundo Hadjiconstantinou e Christofides (1995) o tamanho desta formulação depende do número total de peças em R e do número máximo Q_i de exemplares de cada peça que pode ser usada para o corte. Uma sequência de cortes em R é chamada de padrão de corte.

Segundo Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit (2007), de acordo com os valores dos limitantes inferiores, P_i, e limitantes superiores, Q_i, das peças R_i a serem cortadas na placa R, pode-se distinguir três tipos de problemas: irrestrito, restrito e duplamente restrito. O primeiro problema é chamado de irrestrito ou sem restrições, onde não existem restrições inferiores e superiores que devem ser cumpridas, a única restrição está relacionada a respeitar os limites da área da placa R. Já no problema restrito existe uma única restrição com relação ao limitante superior. Neste problema todas as peças R_i, a serem cortadas em R, não apresentam um número mínimo de cópias a serem cortadas, mas existe a restrição com relação ao número máximo de cópias para peças R_i quaisquer. O limitante superior indica que em uma placa R pode ser cortado até Q_i cópias da peça R_i. Se a somatória das áreas das Q_i cópias da peça R_i for menor que a área da placa R, e todos os exemplares da peça R_i já foram utilizados no corte da placa, mesmo existindo a possibilidade de cortar mais cópias desta peça R_i não poderá ser feito, pois foi atingido o limitante superior e esta restrição deve ser respeitada. Do mesmo modo que se a somatória das áreas das Q_i peças R_i for maior que a área da placa R, não serão utilizadas todas as cópias desta peça, dessa maneira a restrição continua sendo respeitada, porém sem utilizar todas as cópias disponíveis pelo limitante superior.

O último tipo de problema é o duplamente restrito, quando existem limitantes inferiores e superiores que devem ser respeitados por peças R_i quaisquer a serem cortadas na placa R. Portanto, é possível cortar uma quantidade de exemplares da peça R_i entre o intervalo do valor do seu limitante inferior até o valor do seu limitante superior, respeitando assim as duas restrições impostas por este último problema.

3. ALGORITMO GENÉTICO DE CHAVES ALEATÓRIAS VICIADAS ESPECIALIZADO

The Biased Random Key Genetic Algorithm (BRKGA) foi proposto por Gonçalves e Resende (2013) e traz algumas diferenças em relação ao algoritmo genético tradicional. Entretanto, para entender seu funcionamento é preciso primeiro que seja definido Random Key Genetic Algorithm (RKGA).

3.1 Random Key Genetic Algorithm

Introduzidos por Bean (1994), os algoritmos genéticos de chaves aleatórias têm seus cromossomos representados por vetores com *n* elementos, que assumem valores gerados aleatoriamente no intervalo real [0,1]. Portanto, uma proposta de solução é representada de forma codificada e deve ser decodificada usando um decodificador.

O decodificador é um algoritmo determinístico que utiliza como entrada um cromossomo, associando-o a uma solução do problema de otimização combinatória, para o qual um valor objetivo ou *fitness* pode ser calculado (GONÇALES; RESENDE, 2013).

Segundo Gonçalves e Resende (2013), um RKGA gera uma população de vetores de chaves aleatórias durante um número de gerações. A população inicial é formada de *p* vetores de *n* chaves aleatórias. Cada componente do vetor de solução, ou chave aleatória, é gerado independentemente de forma aleatória no intervalo real [0,1]. Após o *fitness* de cada indivíduo ser calculado pelo decodificador na geração *g*, a população é particionada em dois grupos de indivíduos: um grupo pequeno de p_e indivíduos de elite, ou seja, aqueles com os melhores valores *fitness*; e um grupo formado pelo restante da população, conjunto de *p* - p_e

indivíduos não-elite. Para evoluir da geração g para a geração $g+1$, uma nova geração de indivíduos é produzida, o algoritmo RKGA usa elitismo. Todos os indivíduos de elite da população da geração g são copiados sem modificação para a população da geração $g+1$. Duas outras estratégias são usadas pelos RKGAs para completar a formação da geração $g+1$, isto é, os operadores de mutação e de recombinação.

RKGAs implementam mutação introduzindo mutantes na população corrente. Um mutante é criado como sendo um vetor de chaves aleatórias, gerado da mesma maneira que um elemento da população inicial. A cada geração, um número pequeno de mutantes p_m é introduzido na população. Os mutantes substituem a estratégia de mutação usada no algoritmo genético tradicional (Gonçalves e Resende, 2013).

A população das próximas gerações será composta por indivíduos de elite (p_e), indivíduos mutantes (p_m) e indivíduos produzidos pelo processo de recombinação. Com $p_e + p_m$ indivíduos representando a população da geração $g + 1$, $p - p_e - p_m$ indivíduos adicionais precisam ser gerados para completar os p indivíduos que formam a população da geração $g + 1$. Isso é realizado produzindo $p - p_e - p_m$ soluções descendentes por meio do processo de recombinação.

Nos algoritmos RKGA e BRKGA não existe o operador de seleção convencional. É exatamente neste ponto que os dois algoritmos de chaves aleatórias se diferenciam.

3.2 Biased Random Key Genetic Algorithm

No BRKGA de Gonçalves e Resende (2013), cada descendente é gerado combinando um indivíduo selecionado aleatoriamente da partição de elite da população corrente, e para a seleção do segundo indivíduo têm-se duas estratégias de obtenção: na primeira estratégia se obtém o segundo indivíduo selecionando-o da partição não-elite da população corrente; e na segunda estratégia obtém-se o segundo indivíduo selecionando-o da população corrente, o que inclui tanto a partição elite quanto a não-elite. Deve-se observar que se encontra de forma implícita o operador de seleção.

A palavra viciada no algoritmo BRKGA, incorporada pelos autores Gonçalves e Resende (2013), é utilizada para mostrar que a recombinação não é puramente aleatória. Isto é, uma das soluções geradoras deve ser necessariamente de elite (viciada), em contraposição à proposta original, na qual as duas soluções geradoras podem ser do conjunto da população. A outra componente viciada aparece quando se gera um único descendente.

Deve-se observar que cada recombinação é realizada de forma independente e, portanto, um indivíduo pode produzir mais de um descendente na mesma geração. Assim como nos RKGAs, os BRKGAs implementam recombinação uniforme parametrizada (SPEARS; DEJONG, 1991).

Neste tipo de recombinação, tem-se a probabilidade q_e que servirá como um parâmetro balizador para que se saiba se o componente *n*, do vetor descendente *C*, será herdado do pai *A* ou do pai *B*. Deve-se lembrar que *n* denota o número de componentes em um vetor de solução de um indivíduo. Para *i = 1, ..., n,* o componente *i-ésimo* de *c(i)* do vetor descendente *C* assume o valor do *i-ésimo* componente *a(i)* do pai de elite *A* com probabilidade q_e ou o valor do *i-ésimo* componente *b(i)* do pai *B* oriundo do conjunto da população com probabilidade $1- q_e$.

O valor usado para q_e é elevado e tipicamente é escolhido q_e *= 0,7*. Assim, em cada caso, existe uma probabilidade de *0,7* para que o valor armazenado em *A* seja copiado no descendente *C* que está sendo gerado. Essa estratégia permite que a maioria dos elementos copiados em *C* sejam elementos armazenados na solução de elite, deixando claro os motivos pelos quais é gerado apenas um descendente.

Quando a próxima população é gerada, os valores de *fitness* desses indivíduos são calculados, usando o decodificador, e a população é particionada em indivíduos de elite e não-elite para começar uma nova geração, até que se verifique satisfeito o critério de parada.

3.3 Algoritmo Genético Especializado

A base para o algoritmo especializado foi o algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas proposto por Gonçalves e Resende (2013), porém o algoritmo especializado acrescenta alguns processos que se fizeram necessários para melhor atender o problema a ser solucionado.

3.3.1 Funcionamento do Algoritmo Genético de Chaves Aleatórias Viciadas Especializado

A seguir, no Algorithm 1, tem-se a descrição do funcionamento do algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas especializado.

Algorithm 1 - Algoritmo Genético de Chaves Aleatórias Viciadas Especializado

1: set população inicial de tamanho p.
2: while (critério de parada)
3: for $(i = 1;\ i \leq p;\ i++)$ do
4: decodificar($indivíduo_i$)
5: end for
6: for $(i = 1;\ i \leq p;\ i++)$ do
7: padrão_de_corte (i) ← AHC ($indivíduo_i$)
8: end for
9: for $(i = 1;\ i \leq p;\ i++)$ do
10: Calculo_*fitness* ($padrão\_de\_corte_i$)
11: end for
12: elite ← melhores padrão_de_corte
13: não-elite ← padrão_de_corte – elite
14: gerar mutantes
15: *crossover* (elite,não-elite)
16: população_corrente← próxima_geração
17: end while
18: return incumbente

Em Algorithm 1, percebe-se que o algoritmo genético especializado mantém algumas características do algoritmo genético tradicional, como por exemplo geração da população inicial, cálculo da função *fitness*, recombinação, mutação e critério de parada. Apenas foram acrescentadas algumas fases como a decodificação de cada indivíduo (proposta de solução), a transformação destes em padrões de corte e a utilização de grupo de elite na recombinação.

Em Algorithm 2, tem-se a descrição do sub-algorithm AHC.

Algorithm 2 - Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC)

1:set $retângulos\_livres\ (1, \dots, j)$, $peças\_disponíveis\ (i, \dots, m)$
2: for $(i = 1;\ i \leq m;\ i++)$ do
3: escolher peça *i*
4: criar bloco com os exemplares da peça *i* $(quant.\ de\ peças\ i\ do\ bloco\ \leq Q_i)$
5: while $(área\_bloco\ \leq\ área\_retângulo\_livre\ (j))$
6: cortar bloco do passo 4 o mais próximo da origem da placa (canto inferior esquerdo)
7: atualizar lista de retângulos_livres e lista de peças_disponíveis
8: end while
9: end for
10: return padrão_de_corte

Percebe-se em Algorithm 2, que o AHC determina como e onde cada peça será cortada na placa, escolhendo a peça e o retângulo livre para cortá-la.

3.3.2 Formação dos blocos

No algoritmo proposto neste artigo constrói-se o bloco com peças iguais. Este procedimento de agrupar as peças em blocos não foi utilizado no algoritmo BRKGA proposto por Gonçalves e Resende (2013), portanto trata-se de uma melhoria aplicada ao algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas especializado proposto neste artigo.

As peças p_i são alocadas uma ao lado da outra até que não se tenha mais espaço disponível dentro do retângulo livre escolhido para alocar mais peças, ou até quando a disponibilidade das peças p_i se esgotarem. Somente após as peças p_i serem alocadas uma ao lado da outra, e havendo a disponibilidade de mais peças desse mesmo tipo serem utilizadas na construção do bloco, procura-se alocar peças p_i acima das peças p_i já alocadas no retângulo livre, assim ocorrerá sucessivamente até que a quantidade de peças p_i utilizadas na construção do bloco seja $\leq Q_i$. Dessa maneira, garante-se um bloco com forma geométrica retangular ou quadrada.

3.3.3 Escaneamento de Retângulos Livres

Durante a pesquisa realizada, verificou-se que a identificação de retângulos livres na placa é importância para o sucesso do algoritmo, pois a partir da identificação de retângulos livres é que se escolhe qual retângulo utilizar no próximo corte dentro da placa.

A proposta deste artigo consiste em rastrear a placa mapeando os espaços que estão disponíveis para novos cortes. O procedimento age como um escâner mapeando a placa de cima para baixo e da esquerda para a direita. Esta é uma outra melhoria, proposta no artigo, para ser aplicada ao algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas especializado, e é uma contribuição inédita do trabalho, já que o tipo de escaneamento feito na placa se mostra diferente dos encontrados na literatura especializada.

Quando um espaço é identificado como livre, é adicionado a ele todos os espaços livres e sequenciais que estão logo abaixo dele. Na sequência, seguindo o mesmo procedimento, adicionam-se os espaços livres que estão à sua direita, obedecendo à delimitação de altura realizada pela primeira coluna do escaneamento, dando assim origem a um retângulo livre. Usando esta lógica, faz-se o escaneamento de cima para baixo.

Da mesma maneira emprega-se o escaneamento da esquerda para a direita. Quando um espaço é identificado como livre, é adicionado a ele todos os espaços livres e sequenciais que estão à sua direita.

Após a obtenção dos retângulos livres é aplicado o processo de diferença e eliminação proposto por Lai e Chan (1997).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Testes

As instâncias de teste foram obtidas no site da OR-Library (2017). O conjunto de testes da OR-Library (2017) é composto de 21 casos extraídos da própria literatura especializada, sendo 12 instâncias de Beasley (1985), 2 instâncias de Hadjiconstantinou e Christofides (1995), 1 instância de Wang (1983), 1 instância de Christofides e Whitlock (1977) e 5 instâncias de Fekete e Scheppers (1997).

O algoritmo foi executado utilizando um notebook com processador Intel i7, 8GB de memória RAM, e utilizou-se a linguagem de programação FORTRAN. O tempo requerido para o processamento não se incrementou substancialmente nos diferentes casos de teste, atingindo um tempo de execução em média de 5 segundos.

A título de comparação, os casos de teste também foram submetidos ao modelo matemático proposto por Hadjiconstantinou e Christofides (1995) para resolução do problema de corte bidimensional não guilhotinado com peças de orientação fixa. O modelo foi programado e testado no AMPL, utilizando como solver o CPLEX versão 1263. Na execução do AMPL, utilizou-se um servidor Dell | PowerEdge T430, com Sistema operacional Linux (distribuição Debian), com a seguinte configuração: 2x Processadores Intel® Xeon® E5-2650 v4 2.2GHz, 30M Cache, 9.60GT/s QPI, Turbo, HT, 12Cores/24Threads (105W) Max Mem 2400MHz, 64GB de memória, em 2x pentes de 32GB RDIMM, 2400MT/s, Dual Rank, x4 Data Width, 2x Discos Sólidos de 480GB SATA Read Intensive MLC 6Gbps 2.5” em carrier hibrido de 3.5” Hot Plug S3520.

Os 14 primeiros casos tiveram tempo de execução de 1 a 10 segundos, porém os 6 últimos casos tiveram tempo de execução superior a 24 horas.

Para realizar uma comparação justa com os resultados obtidos pelo modelo matemático testado no AMPL, o algoritmo especializado proposto neste artigo também considerou as peças com orientação fixa. Além disso, na literatura especializada, tanto os algoritmos meta-heurísticos como os métodos exatos, também consideram apenas este tipo de orientação.

Portanto os 21 casos de teste foram testados com dois algoritmos, são eles:

Sistema I - O modelo matemático, programado no AMPL proposto por Hadjiconstantinou e Christofides (1995) para resolução do problema de corte bidimensional não guilhotinado com orientação fixa das peças.

Sistema II - Algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas especializado com orientação fixa das peças.

Sistema III - Algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas especializado com orientação livre das peças que são testes que não podem ser comparados com outras propostas de otimização.

4.2 Análise e Discussões Sobre os Resultados

Os algoritmos especializados propostos neste trabalho foram capazes de resolver o problema de corte bidimensional não guilhotinado. Os resultados se encontram Tabela 1, onde é possível analisar os resultados obtidos por este artigo, comparando-os com os resultados de trabalhos já publicados e tidos como referência na literatura especializada.

Tabela 1. Comparação de Resultados Computacionais Considerando Orientação Fixa e Livre

Comparação dos Valores Totais das Peças Cortadas com Orientação Fixa e Livre					
	Orientação Fixa				Orientação Livre
Caso de Teste	Beasley[1]	GRASP[2]	Sistema I	Sistema II	Sistema III
1	247	247	247	234	259
2	230	230	230	230	250
3	164	164	164	156	193
4	358	358	358	358	370
5	268	268	268	268	268
6	289	289	289	289	298
7	834	834	834	828	856
8	430	430	430	430	430
9	924	924	924	924	924
10	1688	1688	1688	1688	1786
11	1178	1178	1178	1178	1272
12	1801	1865	1865	1865	1932
13	1452	1452	1452	1452	1452
14	1270	1270	1270	1270	1431
15	2721	2726	2726	2667	2793
16	1720	1860	1860	1820	1840
17	27486	27589	27718	27539	28090
18	21976	21976	22502	22502	22852
19	23743	23743	24019	24019	24811
20	31269	32893	32893	32893	32893
21	26332	27923	27923	27923	27983

Fonte: [1]Encontrado por Beasley (1985). [2]Encontrado por Alvarez-Valdes *et al.* (2005).

Ao analisar os dados contidos na Tabela 1, nota-se que na segunda coluna são apresentados os dados obtidos por Beasley (1985) utilizando como técnica de solução um método exato, na terceira coluna apresenta-se os resultados obtidos por Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit (2005) que utilizaram a meta-heurística GRASP para resolução do problema em estudo, na quarta coluna são apresentados os resultados obtidos pelo Sistema I utilizando o modelo matemático proposto por Hadjiconstantinou e Christofides (1995) e na sequência são apresentados os resultados obtidos pelo Sistema II com algoritmo especializado usando orientação fixa das peças e Sistema III com o algoritmo especializado usando orientação livre das peças.

Comparando os resultados, observa-se que o Sistema I apresentou melhores soluções em relação a Beasley (1985), onde se compara dois métodos exatos aplicados na resolução do mesmo problema com as mesmas instâncias testadas. Os resultados obtidos pelo Sistema I são considerados soluções ótimas e serviram de parâmetro para avaliar as meta-heurísticas especializadas.

Os resultados apresentados pela meta-heurística GRASP de Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit (2005) são muito próximos dos resultados ótimos com o Sistema I, somente em três casos de teste obteve-se resultados inferiores (casos 17, 18 e 19).

Em relação aos resultados encontrados pelo Sistema II proposto neste trabalho, utilizando meta-heurística especializada, também se constatou que os resultados são próximos das soluções ótimos do Sistema I, portanto são resultados de boa qualidade, porém apresentam seis casos de teste com resultados inferiores ao ótimo (casos 1, 3, 7, 15, 16, 17).

Comparando os resultados dos casos de teste de Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit

(2005) com os resultados obtidos pelo Sistema II proposto neste trabalho, nota-se que o algoritmo de Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit (2005) se mostrou melhor em instâncias menores, como são os casos: 1, 3, 7, 15 e 16. Nestes casos as placas têm dimensões que variam de 10 x 10 até 40 x 70, e a quantidade de tipos de peças varia de 5 tipos de peças a 20 tipos de peças, estas instâncias são consideradas instâncias de pequeno e médio porte.

Nos casos 18 e 19, que são considerados de grande porte, com placas de dimensões 100 x 100 e quantidade de tipos de peças chegando a

30 tipos diferentes, o Sistemas II proposto pela Autora se mostrou melhor que o algoritmo de Alvarez-Valdes, Parreño e Tamarit (2005), apresentando, portanto, sua contribuição e melhoria para a resolução do problema de corte bidimensional não guilhotinado.

Como já mencionado anteriormente, foi proposto um algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas especializado no problema de corte bidimensional não guilhotinado com orientação livre das peças (Sistema III). Assim, é analisado um problema com espaço de busca maior do que o problema com orientação fixa. Por este motivo os resultados considerando orientação fixa das peças não podem ser comparados diretamente com os resultados considerando orientação livre das peças. Mas a comparação é válida se for observado que os resultados do Sistema III devem ser maiores ou iguais aos resultados do Sistema II.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo fez uso de uma meta-heurística especializada, isto é, o algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas, num primeiro momento considerando suas peças com orientação fixa e logo após considerou suas peças com orientação livre. O algoritmo especializado utiliza estratégias específicas para a resolução do problema, sendo a primeira estratégia a formação de blocos de peças do mesmo tipo e a segunda estratégia usada foi o escaneamento de retângulos livres na placa.

Conclui-se que por apresentarem combinações de estratégias ainda não testadas para a resolução do problema em estudo, o algoritmo proposto neste trabalho é considerado inédito e contribui com a literatura especializada.

Um modelo matemático foi programado em AMPL usando o solver CPLEX para auxiliar nas comparações entre os resultados oriundos do método exato e os resultados obtidos pelo algoritmo especializado proposto pelo presente trabalho, além de comparar os resultados obtidos com trabalhos já publicados e utilizados como referência na literatura, tornando mais simples conferir a qualidade de cada um dos resultados. Quando comparados os resultados obtidos pelo algoritmo genético especializado proposto neste trabalho com os resultados disponíveis na literatura, conclui-se que o algoritmo proposto superou em dois casos de teste os resultados já publicados, conferindo outro ineditismo ao trabalho apresentado. Finalizando, testou-se um algoritmo especializado, configurado para que as peças girassem se fosse necessário. Os resultados dos vinte e um testes neste caso foram iguais ou superiores aos já publicados na literatura, porém considerando as peças com orientação fixa.

Como sugestão para trabalhos futuros, sugere-se considerar a possibilidade de estender para três dimensões a resolução do problema, empregando o algoritmo especialista desenvolvido durante este trabalho e implementar o algoritmo especializado considerando computação paralela. Esta pesquisa não recebeu nenhuma concessão específica de agências de fomento no setor público, comercial ou setores sem fins lucrativos.

REFERÊNCIAS

ALVAREZ-VALDES, R.; PARREÑO, F.; TAMARIT, J. M. A GRASP algorithm for constrained two-dimensional non-guillotine cutting problems. **Journal of the Operational Research Society**, n. 56, p. 414–425, 2005. https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601829

ALVAREZ-VALDES, R.; PARREÑO, F.; TAMARIT, J. M. A tabu search algorithm for a two-dimensional non-guillotine cutting problems. European **Journal of Operational Research**, n. 183, p. 1167–1182, 2007. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.11.068

BEAN, J. C. Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimzation. **ORSA Journal on Computing,** v. 6, p. 154-160, 1994. https://doi.org/10.1287/ijoc.6.2.154

BEASLEY, J. E. An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure. **Operations Research**, n. 33, p. 49-64, 1985. https://doi.org/10.1287/opre.33.1.49

CHRISTOFIDES, N. E; WHITLOCK, C. An algorithm for two-dimensional cutting problems. **Operations Research**, n. 25, v. 1, p. 30–44, 1977. https://doi.org/10.1287/opre.25.1.30

FEKETE, S. P.; SCHEPERS, J. **On more-dimensional packing iii:** Exact algorithms. Technical Report 97-290, Technical University of Berlin. 1997.

LAI, K. K.; CHAN, J. W. M. Developing a Simulated Annealing Algorithm for the Cutting Stock Problem. **Computers & Industrial Engineering**, n.

32, p. 115-127, 1997. https://doi.org/10.1016/S0360-8352(96)00205-7

GILMORE, P.;GOMORY, R. **A linear programming approach to the cutting stock problem**. Operational Research, v. 9, p. 849–859, 1961.https://doi.org/10.1287/opre.9.6.849

GONÇALVES, J. F.; RESENDE, M. G. C. A Biased Random-Key Genetic Algorithm for a 2D and 3D Bin Packing Problem. **International Journal of Production Economics,** n. 145, p. 500-510, 2013. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.04.019

HADJICONSTANTINOU, E.; CHRISTOFIDES, N. An exact algorithm for general, orthogonal, two-dimensional knapsack problems. **European Journal of Operational Research**, n. 83, p. 39-56, 1995. https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)E0278-6

OR-LIBRARY. **Operations Research (OR) problems**. 2017. Online. Disponível em: http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html. Acesso em: 20 abr. 2017.

SPEARS, W. M.; DEJONG, K. A. On the virtues of parameterized uniform crossover. *In:* INTERNATIONAL CONFERENCE ON GENETIC ALGORITHMS, 4., 1991, San Diego. **Proceedings** [...]. San Diego: University of California, 1991. p. 230-236.

WANG, P. Y. Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems. **Operations Research**, v. 3, n. 31, , p. 573–586, 1983. https://doi.org/10.1287/opre.31.3.573