



## ANÁLISE NUMÉRICA DE CANTONEIRAS ENRIJECIDAS ASSIMÉTRICAS DE AÇO FORMADAS A FRIO SUBMETIDAS À COMPRESSÃO CENTRADA

**Numerical analysis of cold-formed steel non-symmetric lipped angles under centered compression**

Riterson Nunes<sup>1</sup>, Wanderson Maia<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE, Presidente Prudente, SP. <sup>2</sup>Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, São Carlos, SP.

E-mail: [rit\\_nunes@hotmail.com](mailto:rit_nunes@hotmail.com)

**RESUMO** - O presente trabalho traz uma análise numérica, não-linear física e geométrica via Método dos Elementos Finitos, de cantoneiras enrijecidas assimétricas, utilizando o software Ansys. As simulações empregaram duas magnitudes de imperfeições iniciais, e tiveram o objetivo de encontrar as cargas críticas e os modos de falha, observando instabilidades local, global e a interação entre ambas. Os resultados obtidos foram comparados com ensaios experimentais, realizados por Young e Chen (2008), e com os valores calculados pela ABNT NBR 14762:2010, utilizando o Método da Resistência Direta. O procedimento adotado para as simulações numéricas se mostrou bastante eficiente, produzindo resultados muito próximos aos experimentais, evidenciando a confiabilidade deste método para análise de cantoneiras assimétricas enrijecidas, de aço formadas a frio. As imperfeições geométricas iniciais adotadas demonstraram que, para o mesmo perfil, não foi a mesma magnitude que produziu os melhores resultados, ressaltando a importância da sua escolha. O procedimento de cálculo da ABNT NBR 14762:2010, utilizando o Método da Resistência Direta, se mostrou coerente para barras de até 1000 mm, porém muito conservador para as de maior comprimento, com o aumento da esbeltez.

**Palavras-chave:** perfis de aço formados a frio; cantoneiras enrijecidas assimétricas; análise numérica.

**ABSTRACT** – The present work brings a numerical, non-linear physical and geometric analysis using the Finite Element Method, of asymmetrical stiff angles, using the Ansys software. The simulations employed two magnitudes of initial imperfections, and aimed to find the critical buckling loads and failure modes, observing local, global instabilities and the interaction between both. The results obtained were compared with experimental tests, performed by Young and Chen (2008), and with the values proposed by the Brazilian standard ABNT NBR 14762: 2010, using the Direct Resistance Method. The procedure adopted for the simulations proved to be quite efficient, producing very interesting results compared to the experimental ones, showing the reliability of this method for the analysis of cold-formed steel asymmetrical angles. The initial imperfections adopted demonstrated that, for the same profile, it was not the same magnitude that produced the best results,

emphasizing the importance of your choice. The calculation procedure of ABNT NBR 14762: 2010, using the Direct Resistance Method, proved to be coherent for bars up to 1000 mm, but very conservative for those of greater length, with the increase of slenderness.

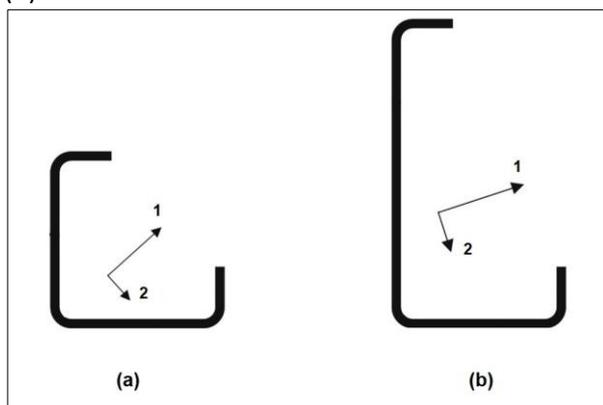
**Keywords:** cold-formed steel; unequal lipped angles; numerical analysis.

## 1. INTRODUÇÃO

Perfis em cantoneiras de aço formadas a frio são usualmente empregadas como elementos de treliças, na maioria das vezes atuando como montantes e diagonais, suas seções podem ser monossimétricas, de abas iguais (Figura 1-a), cujos eixos principais de inércia acompanham essa simetria, ou assimétricas de abas com dimensões diferentes (Figura 1-b), alterando o ângulo de inclinação dos eixos principais. Trahair (2005) ressaltou que embora cantoneiras, monossimétricas e assimétricas, sejam perfis relativamente simples, o seu comportamento estrutural pode ser extremamente complicado e a precisão para encontrar seus pontos fortes dificultada.

A utilização de enrijecedores de borda é uma técnica muito útil para alcançar maiores resistências, principalmente quanto à flambagem local, aumentando pouco o consumo de aço e resultando assim, em ótimo custo-benefício de aplicação. A Figura 1 ilustra a diferença entre cantoneiras enrijecidas, simétricas e assimétricas, indicando os eixos principais de inércia.

**Figura 1.** Cantoneiras enrijecidas (a) simétrica e (b) assimétrica



Fonte: (Adaptado de Young e Chen 2008)

Apesar das normas apresentarem procedimentos para o dimensionamento de cantoneiras enrijecidas, ensaios experimentais e simulações numéricas computacionais realizados para cantoneiras de abas iguais mostraram que

estas são excessivamente conservadoras, principalmente para barras com maior índice de esbelteza global. Este fato foi observado em trabalhos realizados por Young (2005), Shifferaw e Schafer (2011), Shifferaw e Schafer (2014) e Rocha e Maia (2019).

Young (2005) constatou que as normas, North American Specification (NAS:2001) e Australian/New Zealand Standard (1996), foram eficientes para esse tipo de perfil quando o comprimento era menor que um metro, porém conservadora para comprimentos maiores, esse efeito se mostrou mais acentuado quanto maior a esbelteza do perfil.

Shifferaw e Schafer (2014) analisaram cantoneiras simétricas, com e sem enrijecedores, buscando identificar parâmetros importantes para serem utilizados em projeto, observando diversos efeitos como flambagem e pós-flambagem e condições de contorno, concluíram que há necessidade de novos métodos de dimensionamento que representem a resistência e comportamento de tais cantoneiras.

Uma análise experimental de cantoneiras enrijecidas assimétricas, foi realizada por Young e Chen (2008), ensaiando perfis à compressão centrada, variando principalmente a espessura da seção e o comprimento das barras. O estudo teve o objetivo de encontrar, experimentalmente, as cargas críticas e os modos de falha, a fim de comparar com os resultados calculados segundo a North American Specification (NAS:2001). Com as espessuras ensaiadas, de 1,0, 1,5 e 1,9 mm, os autores constataram que para a maior espessura a norma se mostrou confiável, porém para 1,0 e 1,5 mm, aumentando assim a esbelteza das peças, a norma apresentou maior divergência em relação aos valores experimentais e se mostrou não confiável para alguns comprimentos.

O presente trabalho traz uma análise numérica, não-linear física e geométrica via Método dos Elementos Finitos, de cantoneiras enrijecidas assimétricas, utilizando o software Ansys, para fins de comparação com os resultados experimentais obtidos por Young e Chen (2008), e com os valores calculados pela

ABNT NBR 14762:2010, utilizando o Método da Resistência Direta.

## 2. PREVISÕES NORMATIVAS

O cálculo do valor característico da força axial de compressão resistente, seguiu o Método da Resistência Direta (MRD), de acordo com o anexo C da ABNT NBR 14762:2010. Nesse procedimento, calculam-se os valores de força normal resistente para os modos de flambagem global, local e distorcional, sendo o menor deles o valor adotado.

### Modo global

Para o modo global, a força normal resistente de uma barra submetida à compressão centrada é calculada de acordo com a Equação (1).

$$N_{c,Re} = \begin{cases} (0,658\lambda_0^2) Af_y; & \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2}\right) Af_y; & \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases} \quad (1)$$

Onde:

$\lambda_0$  é índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global, calculado pela Equação (2).

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Af_y}{N_e}} \quad (2)$$

$A$  é a área bruta da seção transversal.

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço.

$N_e$  representa a força normal crítica de flambagem elástica, Equações (3), (4) e (5).

A força normal de flambagem global elástica por flexão é calculada nas duas direções principais e utiliza a Equação (3).

$$N_{e(1,2)} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (3)$$

Onde:

$E$  é o módulo de elasticidade.

$I$  é momento de inércia.

$KL$  é o comprimento efetivo de flambagem.

Como o perfil alvo do estudo é assimétrico, é necessário o cálculo da força normal de flambagem elástica por torção, pela Equação (4).

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \cdot \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(KL)^2} + GJ \right] \quad (4)$$

Onde:

$r_0$  é o raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção.

$C_w$  é a constante de empenamento da seção.

$G$  é o módulo de elasticidade transversal.

$J$  é a inércia à torção.

Com os três resultados encontrados ( $N_{e1}$ ,  $N_{e2}$  e  $N_{ez}$ ), utiliza-se a Equação (5) de terceiro grau

e o valor da força crítica elástica ( $N_e$ ) será a menor das raízes.

$$r_0^2(N_e - N_{e1})(N_e - N_{e2})(N_e - N_{ez}) - N_e^2(N_e - N_{e2})x_0^2 - N_e^2(N_e - N_{e1})y_0^2 = 0 \quad (5)$$

Onde:

$x_0$  e  $y_0$  são as distâncias do centro de torção ao centroide nas direções dos eixos principais.

### Modo local

Para o modo local, a força normal resistente de uma barra submetida à compressão centrada é calculada pela Equação (6).

$$N_{c,RL} = \begin{cases} N_{c,Re}; & \text{Para } \lambda_l \leq 0,776 \\ \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}}\right) \left(\frac{N_{c,Re}}{\lambda_l^{0,8}}\right); & \text{Para } \lambda_l > 0,776 \end{cases} \quad (6)$$

Onde:

$\lambda_l$  é o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem local calculado pela Equação (7).

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_{c,Re}}{N_l}} \quad (7)$$

$N_l$  é a força normal crítica elástica associada ao modo local.

### Modo distorcional

Para o modo distorcional, a força normal resistente de uma barra submetida à compressão centrada é calculada pela Equação (8).

$$N_{c,RL} = \begin{cases} Af_y; & \text{Para } \lambda_{dist} \leq 0,561 \\ \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_{dist}^{1,2}}\right) \left(\frac{Af_y}{\lambda_{dist}^{1,2}}\right); & \text{Para } \lambda_{dist} > 0,561 \end{cases} \quad (8)$$

Onde:

$\lambda_{dist}$  é o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem distorcional calculado pela Equação (9).

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{dist}}} \quad (9)$$

$N_{dist}$  é a força normal crítica elástica associada ao modo distorcional.

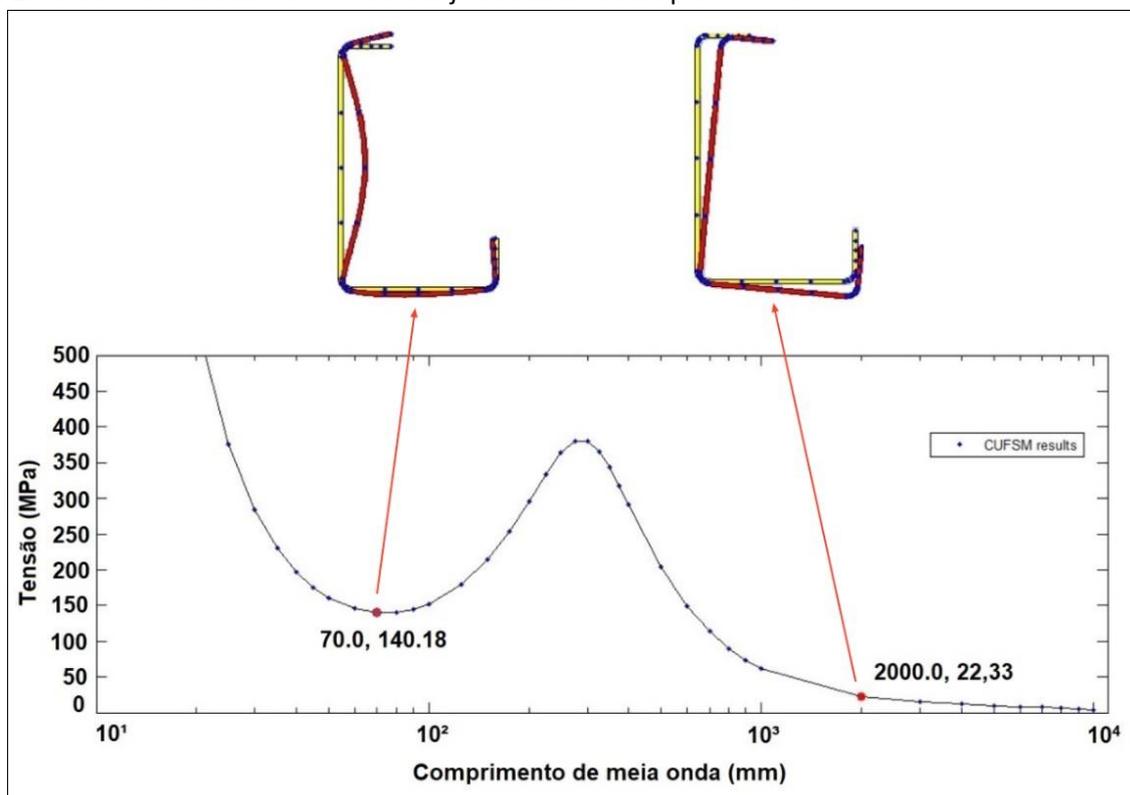
Para obtenção dos valores de  $N_l$  e  $N_{dist}$ , foi realizada análise de estabilidade elástica no programa CUFSM, desenvolvido por Schafer (2001), que utiliza o Método das Faixas Finitas em sua formulação. O programa fornece os modos críticos de flambagem e as tensões relativas a cada um deles.

A Figura 2 mostra a análise realizada para a seção transversal da cantoneira, com 1,0 mm de espessura (Lea1.0), sendo o primeiro modo crítico identificado pelo programa o local, que

ocorreu com o comprimento de 70 mm de meia onda para uma tensão de 140,18 MPa. Na maioria dos casos, para perfis formados a frio com enrijecedor de borda, é também gerado o ramo da curva distorcional, porém o perfil analisado não apresenta esse tipo de flambagem,

logo é visto que o segundo ramo evidencia flexo-torção. Como exemplo, apresenta-se na Figura 2 o comprimento de meia onda de 2000 mm com tensão de 22,33 MPa.

**Figura 2.** Análise elástica da cantoneira enrijecida assimétrica pelo CUFSM



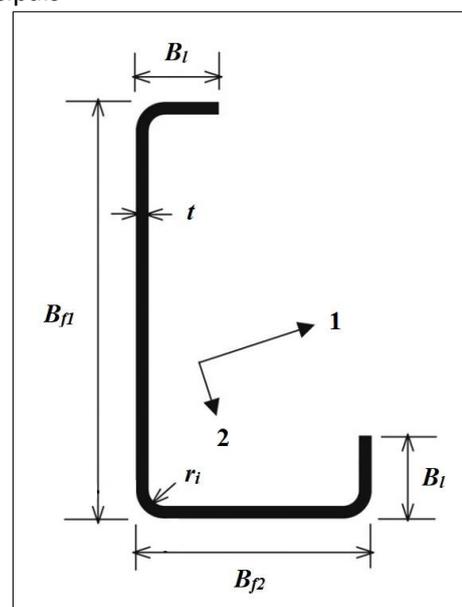
Fonte: Os autores.

### 3. ANÁLISE EXPERIMENTAL

Os ensaios realizados por Young e Chen (2008) para cantoneiras enrijecidas assimétricas, utilizaram aço com resistência nominal de 450 e 550 MPa. Foram realizados ensaios de caracterização do aço e obtidos os valores de módulo de elasticidade, resistências ao escoamento e à ruptura. As seções ensaiadas possuem as especificações geométricas apresentadas na Figura 3. A Tabela 1 mostra as propriedades geométricas das seções e as propriedades mecânicas dos aços. As seções foram nomeadas como Lea (cantoneira enrijecida assimétrica).

Os ensaios foram conduzidos para reproduzir uma barra bi-engastada, soldando chapas com 25 mm de espessura nas extremidades dos perfis, assim garantindo uma boa distribuição dos esforços durante o ensaio.

**Figura 3.** Seção transversal do perfil e eixos principais



Fonte: (Adaptado de Young e Chen 2008)

Foi utilizado o coeficiente de flambagem de 0,5 no cálculo da capacidade resistente das barras. Variou-se principalmente a espessura e comprimento dos perfis, sendo as espessuras 1,0, 1,5 e 1,9 mm, e os comprimentos 250, 625, 1000, 1500, 2000, 2500 e 3000 mm, além disso, observa-se que os valores relativos ao aço também variaram.

A norma utilizada para fins de comparação foi a North American Specification

(NAS:2001), utilizando o Método da Largura Efetiva, sendo o procedimento de cálculo idêntico ao apresentado pela ABNT NBR 14762:2010. O estudo observou os modos de falha obtidos nos ensaios, mas não os modos segundo previsões da norma. Os resultados experimentais e teóricos estão indicados nas Tabelas 2, 3 e 4.

**Tabela 1.** Propriedades geométricas e mecânicas das seções ensaiadas

Seção	$B_l$ (mm)	$B_{f1}$ (mm)	$B_{f2}$ (mm)	$r_i$ (mm)	$t$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	E (GPa)
Lea1.0	17,2	83,2	53,4	3.0	1,00	605	615	212
Lea1.5	17,7	83,3	53,6	3.5	1,50	530	560	216
Lea1.9	17,5	84,5	54,9	3.5	1,90	505	535	196

$B_l$  é a largura dos enrijecedores.  $B_{f1}$  é a largura da aba maior.  $B_{f2}$  é a largura da aba menor.  $t$  é a espessura do perfil.  $r_i$  é o raio interno de dobra.  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço.  $f_u$  é a resistência à ruptura do aço. E é o módulo de elasticidade.

Fonte: (Adaptado de Young e Chen 2008)

**Tabela 2.** Resultados dos ensaios realizados por Young e Chen (2008): seção Lea1.0

Especificação	$L_{barra}$ (mm)	$N_{Exp}$ (kN)	Modo de falha	$N_n$ (kN)	$N_{Exp}/N_n$
Lea1.0L250	250	42,5	L	49,7	0,86
Lea1.0L250R	250	44,3	L	49,7	0,89
Lea1.0L625	625	35,5	L+FT	39,7	0,89
Lea1.0L1000	1000	26,6	L+FT	25,7	1,04
Lea1.0L1500	1500	25,9	L+FT	13,9	1,86
Lea1.0L2000	2000	23,4	L+FT	8,9	2,63
Lea1.0L2500	2500	21,5	L+FT	6,2	3,47
Lea1.0L3000	3000	16,4	FT	4,7	3,49

$N_{Exp}$  é a força normal obtida experimentalmente por Young e Chen (2008).  $N_n$  é a força normal calculada pela NAS:2001. L é o modo de instabilidade local. FT é o modo de instabilidade por flexo-torção.

Fonte: (Adaptado de Young e Chen 2008)

**Tabela 3.** Resultados dos ensaios realizados por Young e Chen (2008): seção Lea1.5

Especificação	$L_{barra}$ (mm)	$N_{Exp}$ (kN)	Modo de falha	$N_n$ (kN)	$N_{Exp}/N_n$
Lea1.5L250	250	90,0	L	78,0	1,15
Lea1.5L250R	250	91,7	L	78,0	1,18
Lea1.5L625	625	69,9	FT	64,7	1,08
Lea1.5L1000	1000	51,6	FT	44,3	1,16
Lea1.5L1500	1500	50,1	FT	25,4	1,97
Lea1.5L2000	2000	42,9	FT	16,4	2,62
Lea1.5L2500	2500	36,1	FT	12,2	2,96
Lea1.5L3000	3000	29,1	FT	9,9	2,94

$N_{Exp}$  é a força normal obtida experimentalmente por Young e Chen (2008).  $N_n$  é a força normal calculada pela NAS:2001. L é o modo de instabilidade local. FT é o modo de instabilidade por flexo-torção.

Fonte: (Adaptado de Young e Chen 2008)

**Tabela 4.** Resultados dos ensaios realizados por Young e Chen (2008): seção Lea1.9

Especificação	L <sub>barra</sub> (mm)	N <sub>Exp</sub> (kN)	Modo de falha	N <sub>n</sub> (kN)	N <sub>Exp</sub> /N <sub>n</sub>
Lea1.9L250	250	121,6	L	100,1	1,21
Lea1.9L250R	250	127,7	L	100,1	1,28
Lea1.9L625	625	86,9	FT	81,6	1,06
Lea1.9L1000	1000	68,7	FT	53,6	1,28
Lea1.9L1500	1500	64,3	FT	31,5	2,04
Lea1.9L2000	2000	55,8	FT	21,5	2,60
Lea1.9L2500	2500	50,5	FT	16,8	3,01
Lea1.9L3000	3000	36,3	FT	14,2	2,56
Lea1.9L3000R	3000	38,5	FT	14,2	2,71

N<sub>Exp</sub> é a força normal obtida experimentalmente por Young e Chen (2008). N<sub>n</sub> é a força normal calculada pela NAS:2001. L é o modo de instabilidade local. FT é o modo de instabilidade por flexo-torção.

Fonte: (Adaptado de Young e Chen 2008)

Contudo os autores constataram que a NAS:2001 foi conservadora para a maioria dos ensaios, exceto para a espessura de 1,0 mm com comprimentos de 250 e 625 mm. Para comprimentos maiores que 1000 mm, a norma se mostrou excessivamente conservadora.

#### 4. ANÁLISE NUMÉRICA

Foi aplicado o Método dos Elementos Finitos para as simulações numéricas, utilizando o programa Ansys. O estudo consistiu em analisar numericamente as mesmas seções ensaiadas experimentalmente por Young e Chen (2008).

Foi escolhido para a análise um elemento de casca, por simular muito bem perfis de aço formados a frio, sendo o SHELL 181 o elemento utilizado. A malha foi composta por elementos aproximados a quadrados de 1,0 cm de lado, também se utilizou elementos adicionais para produzir cantos arredondados. A malha foi aplicada ao perfil e às chapas de extremidade, chapas estas que também estavam presentes no ensaio experimental, se aproximando ao máximo possível da geometria real.

Na simulação aplicou-se a ferramenta “Automatic Load Stepping” do Ansys, para reproduzir o incremento automático de força/deslocamento do ensaio, introduzindo limites superior e inferior de incrementos. Na análise foi aplicado deslocamento, obtendo como resposta a força resistente. O método numérico de cálculo utilizado foi o “Newton-Raphson Completo”, sendo um método iterativo e incremental, que a cada iteração atualiza a matriz de rigidez tangente.

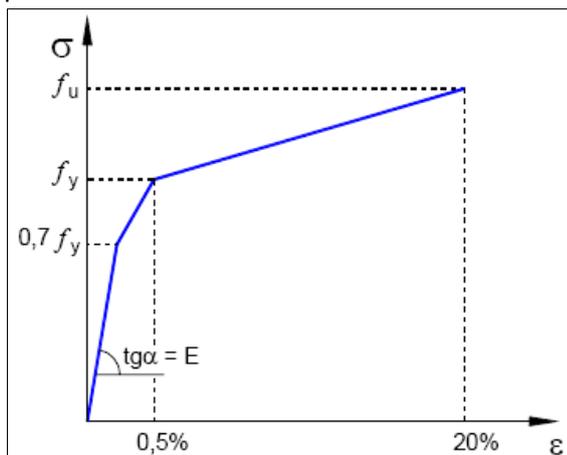
A precisão da solução dos cálculos das simulações foi verificada conforme critério de

convergência de deslocamentos, adotando 0,1% de tolerância, valor padrão do Ansys, sendo  $||\delta u|| < \beta ||u||$ , onde  $\delta u$  é a correção iterativa do deslocamento,  $u$  é o deslocamento total e  $\beta$  é a tolerância ou erro máximo admitido, de acordo com Lourenço (1999).

A não-linearidade do material foi representada pelo modelo trilinear, representado na Figura 4, que já se mostrou muito eficiente nos trabalhos de Rocha e Maia (2019) e Maia (2008).

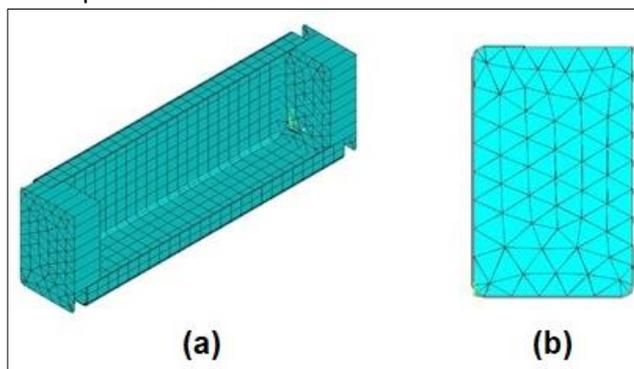
Na modelagem numérica engastou-se o perfil nas chapas de extremidade, restringindo-se deslocamentos e rotações de todos os nós nesta região, permitindo apenas o deslocamento longitudinal em uma das extremidades, sendo a extremidade de aplicação de deslocamentos. Nesse caso, foi utilizado o conceito de nó mestre, tomando um nó de referência na seção de extremidade, assim aplicando o deslocamento ao nó mestre e garantindo o igual comportamento aos demais. A Figura 5 ilustra a cantoneira enrijecida assimétrica Lea1.0L250 modelada no programa Ansys.

**Figura 4.** Curva tensão x deformação: modelo aproximado trilinear



Fonte: (Maia, 2008)

**Figura 5.** Cantoneira enrijecida assimétrica e ilustração da malha para o perfil Lea1.0L250 (Compressão centrada) (a) Vista geral (b) Detalhe da chapa de extremidade



Fonte: Os autores.

As simulações foram realizadas variando, além de espessura e comprimento, a magnitude das imperfeições geométricas iniciais. Foram adotados valores apresentados por Schafer e Pekoz (1998) (Tabela 5).

De acordo com a Tabela 5, foram adotados valores de imperfeições Tipo 1 e 2 para imperfeições iniciais local e global de flexo-torção, respectivamente. Três magnitudes de imperfeições foram escolhidas para as

simulações, sendo a primeira sem imperfeições, a segunda de Magnitude 1, com valores 0,14t (local) e 0,64t (flexo-torção) e a terceira de Magnitude 2, com 0,66t (local) e 1,55t (flexo-torção). Para imperfeição global de flexão foi adotado o valor de  $L_{barra}/1500$ , sendo  $L_{barra}$  o comprimento da barra.

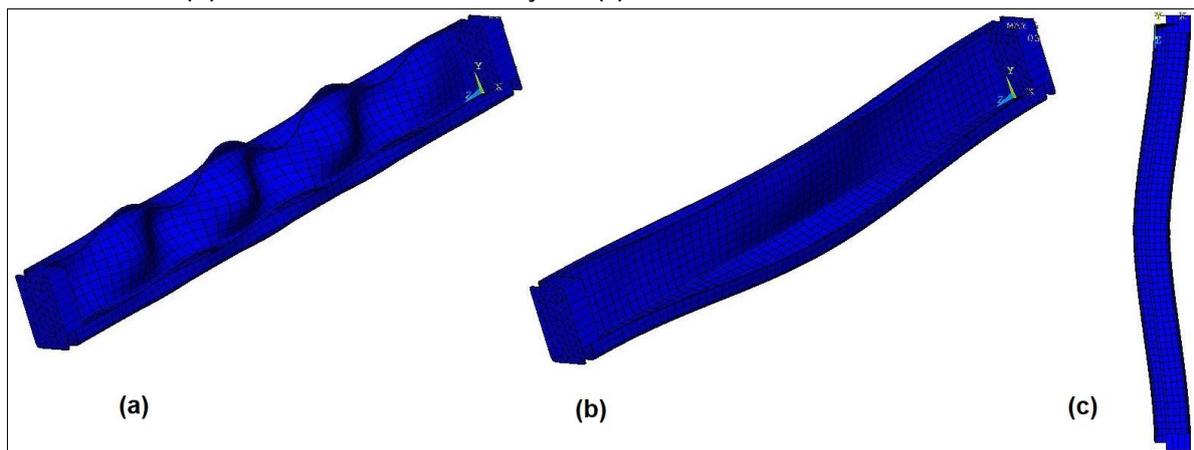
**Tabela 5.** Análise probabilística CDF para imperfeições tipos 1 e 2

$P(\Delta > d)$	Tipo 1 $d_1/t$	Tipo 2 $d_2/t$
0,75	0,14	0,64
0,50	0,34	0,94
0,25	0,66	1,55
0,05	1,35	3,44
0,01	3,87	4,47

Fonte: Adaptado de Schafer & Peköz (1998)

O procedimento para aplicação dessas imperfeições geométricas utiliza resultados de uma simulação linear do modelo sem imperfeições, na qual o Ansys fornece um autovalor (força crítica) e um autovetor (deformada). Foram analisados diferentes resultados de forças críticas e deformadas, para cada modelo, a fim de analisar quais desses resultados representariam melhor as imperfeições iniciais local e globais, buscando instabilidades local, globais de flexo-torção e de flexão. Coletando essas deformações, novas simulações foram realizadas, agora acrescentando imperfeições geométricas iniciais, adaptando a magnitude encontrada pelo Ansys para as magnitudes desejadas. Este método foi também utilizado por Chodraui (2006), Almeida (2007), Maia *et al.* (2016) e Rocha e Maia (2019). A Figura 6 ilustra as deformadas escolhidas na simulação da cantoneira Lea1.5 de comprimento 625 mm, em (a) observa-se a deformada adotada para instabilidade local, em (b) para instabilidade de flexo-torção e em (c) para flexão.

**Figura 6.** Deformadas adotadas para a simulação do perfil Lea1.0L625 (Compressão centrada) (a) Instabilidade local (b) Instabilidade de flexo-torção e (c) Instabilidade de flexão



Fonte: Os autores.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As Tabelas 6, 7, 8, 9, 10 e 11 resumem os resultados obtidos, sendo  $N_{Exp}$  a força normal crítica experimental obtida por Young e Chen (2008);  $N_{C,Rk}$  a força axial de compressão resistente segundo a ABNT NBR 14762:2010 pelo

MRD;  $N_{EF}^0$  o resultado da simulação numérica sem imperfeições;  $N_{EF}^1$  o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 1 e  $N_{EF}^2$  o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 2.

**Tabela 6.** Comparação dos resultados da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.0

$L_{barra}$ (mm)	$N_{Exp}$ (kN)	$N_{C,Rk}$ (kN)	$N_{Exp}/N_{C,Rk}$	$N_{EF}^0$ (kN)	$N_{Exp}/N_{EF}^0$	$N_{EF}^1$ (kN)	$N_{Exp}/N_{EF}^1$	$N_{EF}^2$ (kN)	$N_{Exp}/N_{EF}^2$
250	42,5	48,2	0,88	49,1	0,87	46,5	0,91	45,7	0,93
250	44,3	48,2	0,92	49,1	0,90	46,5	0,95	45,7	0,97
625	35,5	37,2	0,95	43,5	0,82	42,6	0,83	39,2	0,91
1000	26,6	23,0	1,16	31,8	0,84	31,9	0,83	30,8	0,86
1500	25,9	13,1	1,98	31,2	0,83	27,1	0,96	26,5	0,98
2000	23,4	7,4	3,16	29,7	0,79	23,1	1,01	23,5	1,00
2500	21,5	4,7	4,57	24,6	0,87	22,3	0,96	20,1	1,07
3000	16,4	3,3	4,97	21,6	0,76	16,6	0,99	15,2	1,08
Média			1,57		0,83		0,95		0,97
CV			2,52		0,01		0,01		0,01

$N_{Exp}$  é a força normal crítica experimental obtida por Young e Chen (2008);  $N_{C,Rk}$  é a força axial de compressão resistente segundo a ABNT NBR 14762:2010 pelo MRD;  $N_{EF}^0$  é o resultado da simulação numérica sem imperfeições;  $N_{EF}^1$  é o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 1 e  $N_{EF}^2$  é o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 2.

Fonte: Os autores.

**Tabela 7.** Comparação dos modos de falha da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.0

$L_{\text{barra}}$ (mm)	Experimental	ABNT NBR 14762:2010	Sem imperfeições	Imperfeições Magnitude 1	Imperfeições Magnitude 2
250	L	L+FT	L	L	L
250	L	L+FT	L	L	L
625	L+FT	L+FT	L	L	L
1000	L+FT	L+FT	L+FT	L+FT	L+FT
1500	L+FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
2000	L+FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
2500	L+FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
3000	FT	FT	FT	FT	FT

L é o modo de instabilidade local. FT é o modo de instabilidade por flexo-torção.

Fonte: Os autores.

**Tabela 8.** Comparação dos resultados da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.5

$L_{\text{barra}}$ (mm)	$N_{\text{Exp}}$ (kN)	$N_{\text{C,Rk}}$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{C,Rk}}$	$N_{\text{EF}}^0$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{EF}}^0$	$N_{\text{EF}}^1$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{EF}}^1$	$N_{\text{EF}}^2$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{EF}}^2$
250	90,0	88,9	1,01	102,4	0,88	84,2	1,07	80,4	1,12
250	91,7	88,9	1,03	102,4	0,90	84,2	1,09	80,4	1,14
625	69,9	71,1	0,98	85,2	0,82	70,6	0,99	62,4	1,12
1000	51,6	46,3	1,11	54,9	0,94	51,1	1,01	48,3	1,07
1500	50,1	20,6	2,43	47,8	1,05	46,5	1,08	44,9	1,12
2000	42,9	11,6	3,70	46,2	0,93	43,8	0,98	39,2	1,09
2500	36,1	7,4	4,88	38,0	0,95	37,8	0,96	33,5	1,08
3000	29,1	5,1	5,71	37,5	0,78	31,5	0,92	27,8	1,05
Média			1,77		0,91		1,00		1,11
CV			3,23		0,01		0,01		0,01

$N_{\text{Exp}}$  é a força normal crítica experimental obtida por Young e Chen (2008);  $N_{\text{C,Rk}}$  é a força axial de compressão resistente segundo a ABNT NBR 14762:2010 pelo MRD;  $N_{\text{EF}}^0$  é o resultado da simulação numérica sem imperfeições;  $N_{\text{EF}}^1$  é o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 1 e  $N_{\text{EF}}^2$  é o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 2.

Fonte: Os autores.

**Tabela 9.** Comparação dos modos de falha da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.5

$L_{\text{barra}}$ (mm)	Experimental	ABNT NBR 14762:2010	Sem imperfeições	Imperfeições Magnitude 1	Imperfeições Magnitude 2
250	L	L+FT	L	L	L
250	L	L+FT	L	L	L
625	FT	L+FT	L	L+FT	L+FT
1000	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
1500	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
2000	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
2500	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
3000	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT

L é o modo de instabilidade local. FT é o modo de instabilidade por flexo-torção.

Fonte: Os autores.

**Tabela 10.** Comparação dos resultados da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.9

$L_{\text{barra}}$ (mm)	$N_{\text{Exp}}$ (kN)	$N_{\text{C,Rk}}$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{C,Rk}}$	$N_{\text{EF}}^0$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{EF}}^0$	$N_{\text{EF}}^1$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{EF}}^1$	$N_{\text{EF}}^2$ (kN)	$N_{\text{Exp}}/N_{\text{EF}}^2$
250	121,6	127,4	0,95	119,3	1,02	115,8	1,05	110,9	1,10
250	127,7	127,4	1,00	119,3	1,07	115,8	1,10	110,9	1,15
625	86,9	98,8	0,88	118,4	0,73	89,5	0,97	77,0	1,13
1000	68,7	50,7	1,36	69,3	0,99	67,3	1,02	63,9	1,08
1500	64,3	22,5	2,86	63,1	1,02	60,3	1,07	57,4	1,12
2000	55,8	12,7	4,39	64,6	0,86	52,9	1,05	49,8	1,12
2500	50,5	8,1	6,23	62,3	0,81	47,8	1,06	42,5	1,19
3000	36,3	5,6	6,48	59,3	0,61	39,5	0,92	35,9	1,01
3000	38,5	5,6	6,88	59,3	0,65	39,5	0,97	35,9	1,07
Média			2,86		0,86		1,05		1,12
CV			5,90		0,03		0,01		0,01

$N_{\text{Exp}}$  é a força normal crítica experimental obtida por Young e Chen (2008);  $N_{\text{C,Rk}}$  é a força axial de compressão resistente segundo a ABNT NBR 14762:2010 pelo MRD;  $N_{\text{EF}}^0$  é o resultado da simulação numérica sem imperfeições;  $N_{\text{EF}}^1$  é o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 1 e  $N_{\text{EF}}^2$  é o resultado da simulação numérica com imperfeições de Magnitude 2.

Fonte: Os autores.

**Tabela 11.** Comparação dos modos de falha da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.9

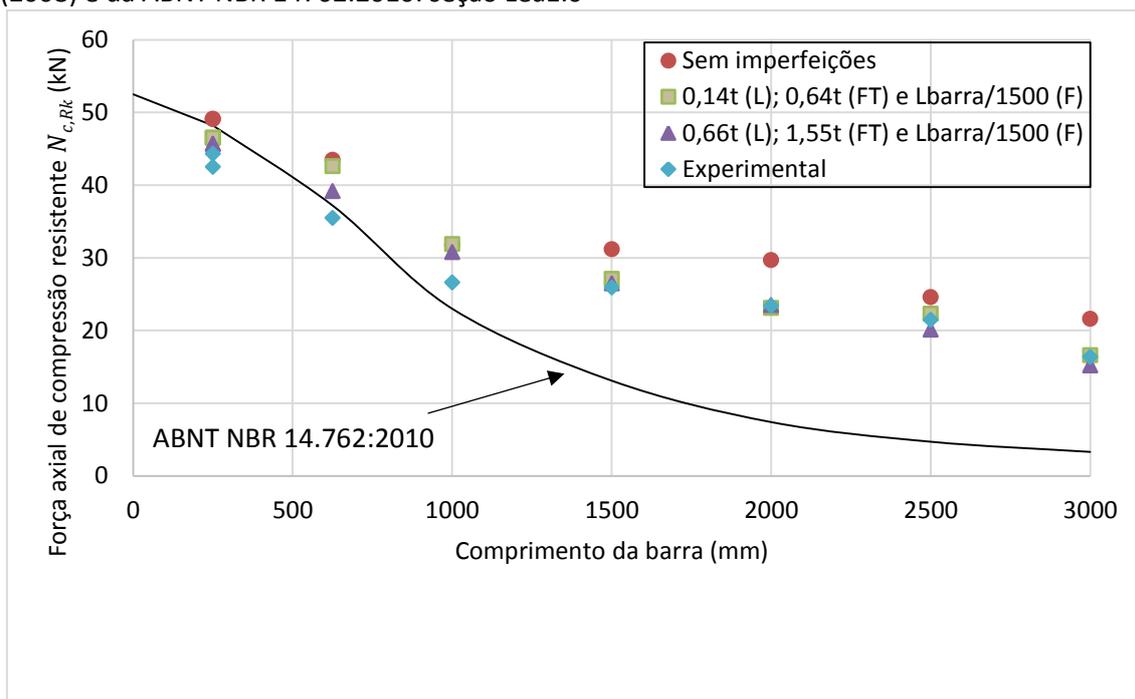
$L_{\text{barra}}$ (mm)	Experimental	ABNT NBR 14762:2010	Sem imperfeições	Imperfeições Magnitude 1	Imperfeições Magnitude 2
250	L	L+FT	L	L	L
250	L	L+FT	L	L	L
625	FT	L+FT	L	L+FT	L+FT
1000	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
1500	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
2000	FT	FT	L+FT	L+FT	L+FT
2500	FT	FT	FT	L+FT	L+FT
3000	FT	FT	FT	L+FT	L+FT
3000	FT	FT	FT	L+FT	L+FT

L é o modo de instabilidade local. FT é o modo de instabilidade por flexo-torção.

Fonte: Os autores.

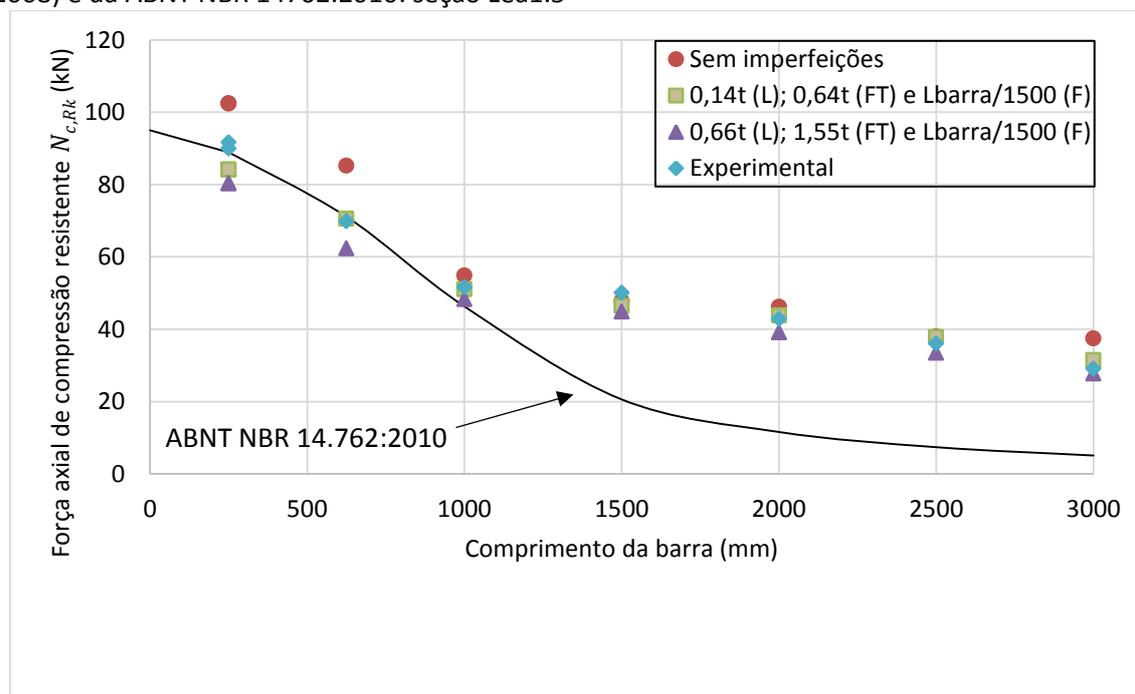
As Figuras 7, 8 e 9 ilustram os resultados comparativos entre os modelos simulados numericamente, os valores experimentais de Young e Chen (2008) e os obtidos pela ABNT NBR 14762:2010 utilizando o Método da resistência Direta.

**Figura 7.** Comparação dos resultados da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.0



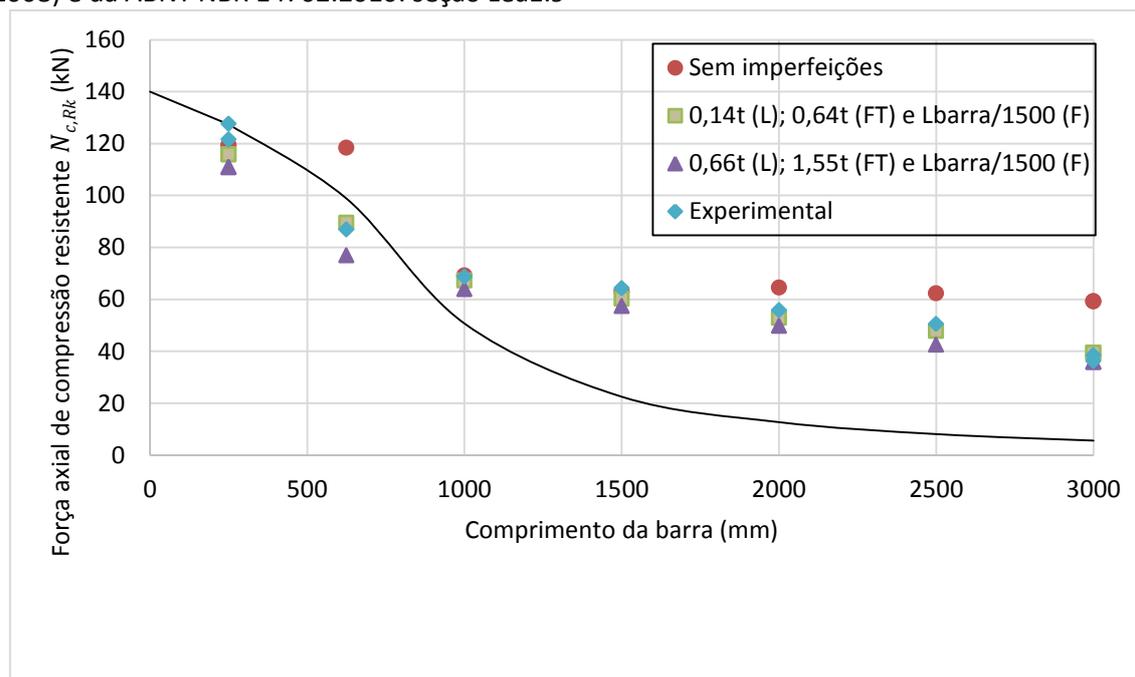
Fonte: Os autores.

**Figura 8.** Comparação dos resultados da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.5



Fonte: Os autores.

**Figura 9.** Comparação dos resultados da análise numérica com os obtidos experimentalmente por Young e Chen (2008) e da ABNT NBR 14762:2010: seção Lea1.9



Fonte: Os autores.

Para a espessura de 1,0 mm dos perfis, a ABNT NBR 14762:2010 se mostrou ligeiramente acima do valor experimental para 250 mm de comprimento, obtendo resultados satisfatórios para 625 e 1000 mm, e muito conservadora para os comprimentos maiores que 1000 mm. Esse efeito coincidiu com a mudança do modo de falha identificado por esta norma. De modo geral, as simulações com imperfeições de Magnitude 2 se mostraram mais próximas aos valores dos ensaios. As simulações só não identificaram o mesmo modo de falha observado nos ensaios para o comprimento de 625 mm. Neste caso, a relação  $N_{Exp}/N_{EF}^2$  variou de 0,86 a 1,08 com média 0,97.

Para a espessura de 1,5mm, a ABNT NBR 14762:2010 se aproximou muito dos valores experimentais para os comprimentos de 250, 625 e 1000 mm, se tornando muito conservadora para os comprimentos maiores. Nesse caso, as simulações que mais se aproximaram dos resultados experimentais foram com imperfeições de Magnitude 1. A relação  $N_{Exp}/N_{EF}^1$  variou de 0,92 a 1,09 com média 1,00. Todos os modelos numéricos simulados apresentaram instabilidade local, diferente dos encontrados experimentalmente, sendo que a presença de instabilidade global coincidiu, entre os resultados experimentais e as simulações com imperfeições.

Para a espessura de 1,9 mm a ABNT NBR 14762:2010 se mostrou mais uma vez muito conservadora para comprimentos maiores que 1000 mm e as simulações que mais se aproximaram foram com imperfeições de Magnitude 1. Neste caso, a relação  $N_{Exp}/N_{EF}^1$  variou de 0,92 a 1,10 com média 1,05. Assim como as cantoneiras Lea1.5, os modos de falha globais surgiram nos mesmos comprimentos, para os resultados experimentais e os obtidos por elementos finitos, adicionando imperfeições.

As simulações com imperfeições de Magnitudes 1 e 2, apresentaram valores próximos, sendo os menores para a de Magnitude 2, como era esperado. Para o perfil do tipo Lea1.0, a Magnitude 2 foi mais próxima dos resultados experimentais e para os perfis Lea1.5 e Lea1.9, a Magnitude 1 se aproximou mais dos valores experimentais.

Quanto aos modos de falha, as Magnitudes 1 e 2 identificaram, entre si, os mesmos tipos em todos os casos. Comparando com os modos de falha identificados experimentalmente, para o perfil Tipo Lea1.0, todos os modos coincidiram menos para 625 mm de comprimento.

Para os perfis Lea1.5 e Lea1.9, os modos locais foram todos coincidentes, porém os demais modos foram identificados pelas simulações, com imperfeições, como local e

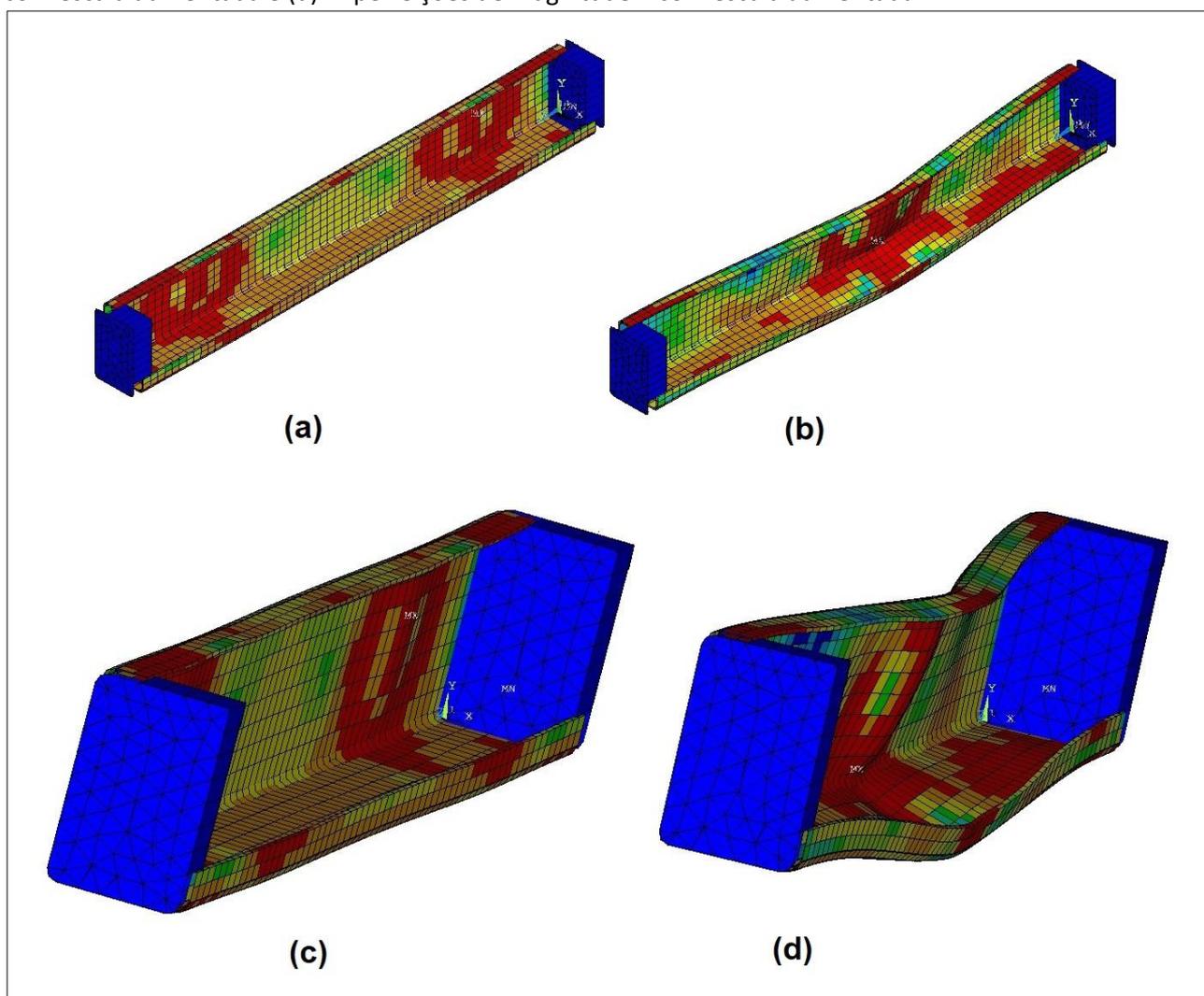
flexo-torção atuando juntos, enquanto experimentalmente foram constatados modos apenas de flexo-torção. As Figuras 10 e 11 ilustram a distribuição de tensões de von Mises e as deformadas observadas no software Ansys, respectivamente para os perfis, Lea1.9 de comprimento 625 mm e Lea1.0 de comprimento 1000 mm.

O modo de falha encontrado experimentalmente, para o Lea1.9 com 625 mm, foi flexo-torção, porém a simulação sem imperfeições evidencia modo de falha local, conforme Figuras 10-a e 10-c. As simulações com

imperfeições para esse mesmo modelo, já mostraram modos local e flexo-torção atuando juntos, conforme Figuras 10-b e 10-d.

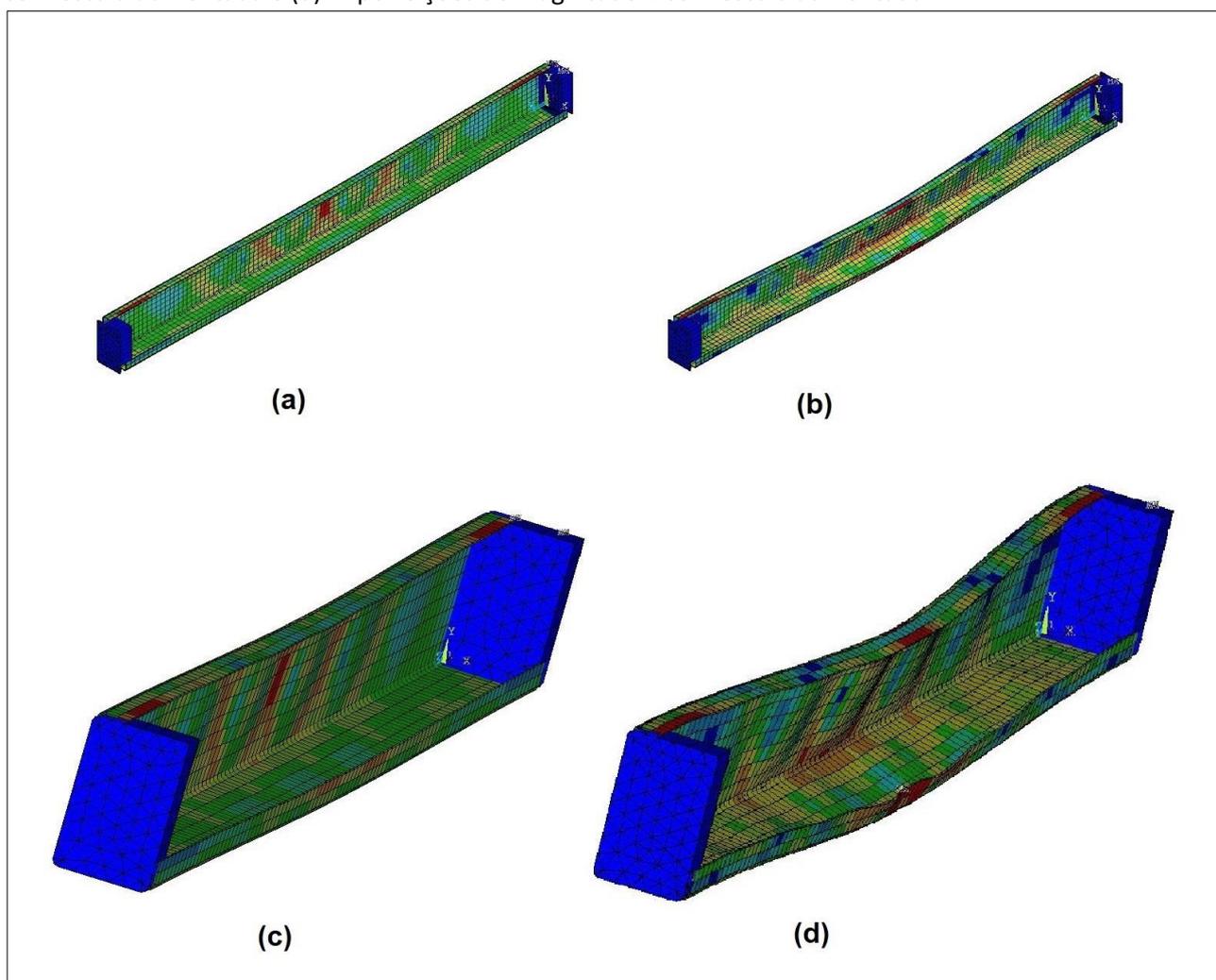
O modo de falha encontrado experimentalmente, para o Lea1.0 com 1000 mm, foi local combinado com flexo-torção, e as simulações, sem e com imperfeições, evidenciaram o mesmo modo de falha, conforme Figura 11. Sendo que as Figuras 11-a e 11-c representam o modelo sem imperfeições, e as Figuras 11-b e 11-d com imperfeições de magnitude 2.

**Figura 10.** Comparação da distribuição de von Mises e modo de instabilidade para o perfil Tipo Lea1.9 com 625 mm de comprimento. (a) sem imperfeições; (b) imperfeições de magnitude 2; (c) sem imperfeições com escala aumentada e (d) imperfeições de magnitude 2 com escala aumentada



Fonte: Os autores.

**Figura 11.** Comparação da distribuição de von Mises e modo de instabilidade para o perfil Tipo Lea1.0 com 1000 mm de comprimento. (a) sem imperfeições; (b) imperfeições de magnitude 2; (c) sem imperfeições com escala aumentada e (d) imperfeições de magnitude 2 com escala aumentada



Fonte: Os autores.

## 6. CONCLUSÕES

O procedimento adotado para as simulações se mostrou bastante eficiente, produzindo resultados muito interessantes comparados aos experimentais, evidenciando a confiabilidade deste método para análise de cantoneiras assimétricas enrijecidas, de aço formadas a frio.

A utilização de imperfeições iniciais diferentes, Magnitudes 1 e 2 de acordo com Schafer e Pekoz (1998), evidenciou uma pequena queda de resistência para uma maior magnitude, como já era esperado. Também demonstrou que, para o mesmo perfil, não foi a mesma magnitude que produziu os melhores resultados, ressaltando a importância da sua escolha.

Os modos de falha identificados para Lea1.0 foram praticamente os mesmos, as demais espessuras foram coincidentes quanto à

transição de instabilidade local para global, a partir de 625 mm de comprimento. Porém houve divergência nos tipos de modos globais, sendo que enquanto os resultados práticos, obtidos por Young e Chen (2008), foram de flexo-torção, as simulações com imperfeições constataram instabilidade local conjuntamente à flexo-torção.

O procedimento de cálculo da ABNT NBR 14762:2010, utilizando o Método da Resistência Direta, se mostrou coerente para barras de até 1000 mm, porém muito conservador para as de maior comprimento, com o aumento da esbeltez.

Comparando os modos de falha previstos pela norma com os resultados obtidos por elementos finitos, praticamente não houve coincidência. Porém, quando comparados com os modos de falha observados experimentalmente, foi coincidente a partir do comprimento de 1000 mm nos perfis Lea1.5 e Lea1.9.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, S. J. C. **Análise numérica de perfis de aço formados a frio comprimidos considerando imperfeições geométricas iniciais**. 2007. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2007.
- ANSYS. **Structural nonlinearities**. v.13.0, Houston, USA, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 14762:2010**. Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro: ABNT, 2010.
- AUSTRALIAN/NEW ZEALAND STANDARD (AS/NZS). **Cold-formed steel structures. AS/NZS 4600:1996**, Standards Australia, Sydney, Australia, 1996.
- CHODRAUI, G. M. B. **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão**. 2006. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2006.
- LOURENÇO, P. B. **Métodos computacionais na mecânica dos sólidos não linear**. Relatório 99-DEC/E-1, Departamento de Engenharia Civil Universidade do Minho, Braga, Portugal, 1999.
- MAIA, W. F. **Sobre a estabilidade de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão**. 2008. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2016.03.003>
- MAIA, W. F.; VIEIRA JR, L. C. M.; SCHAFFER, B. W.; MALITE, M. Experimental and numerical investigation of cold-formed steel double angle members under compression. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 21, p. 398-412, June, 2016.
- NORTH AMERICAN specification for the design of cold-formed steel structural members. NAS, Washington, DC: American Iron and Steel Institute; 2001.
- ROCHA, M. S.; MAIA, W. F. Análise numérica de cantoneiras enrijecidas de aço formadas a frio submetidas à compressão. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 8, n. 3, p. 360-379, 2019. <https://doi.org/10.17648/aco-2238-9377-8-3-2>
- SCHAFFER, B. W. **Finite strip analysis of thin-walled members**. In: CUFSM: Cornell University – Finite Strip Method, 2001.
- SCHAFFER, B. W.; PEKÖZ, T. Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 47, p. 193-210, Jan.. 1998. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00007-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00007-8)
- SHIFFERAW, Y.; SCHAFFER, B. W. Behavior and design of cold-formed steel lipped and plain angles. In: ANNUAL STABILITY CONFERENCE, 2011. Pittsburgh. **Proceedings** [...]. Pittsburgh, Pennsylvania: Structural Stability Research Council, 2011, p. 260-270.
- SHIFFERAW, Y.; SCHAFFER, B. W. Cold-formed steel lipped and plain angle columns with fixed ends. **Thin-Walled Structures**, v. 80, p. 142-152, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2014.03.001>
- TRAHAIR, N. S. Buckling and torsion of steel unequal angle beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 131, n. 3, p. 474-480 , 2005. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2005\)131:3\(474\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:3(474))
- YOUNG, B. Experimental. Investigation of cold-formed steel lipped angle concentrically loaded compression members. **Journal of Structural Engineering**, v. 131, n. 9, p. 1390-1396, 2005. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2005\)131:9\(1390\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:9(1390))
- YOUNG, B; CHEN, J. Column tests of cold-formed steel non-symmetric lipped angle sections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 64, p. 808-815, January. 2008. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2008.01.021>