

LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO BASIC: APLICANDO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

THE BASIC PROGRAMMING LANGUAGE: APPLIED IN THE MATHEMATICS TEACHING

Alan James da Silva; Valeska Martins de Souza; João de Deus Mendes da Silva

Universidade Federal do Maranhão – UFMA, Pós-graduação em Ciência da Computação
E-mail: alanjamesdasilva@gmail.com, valeska.martins@ufma.br, jdm.silva@ufma.br

RESUMO – O objetivo deste trabalho é mostrar a importância da utilização da programação computacional no ensino de Matemática na Educação Básica. Para isso, foram desenvolvidos, através da linguagem de programação Basic, um conjunto de algoritmos para solucionar problemas de Sequência Numérica (Progressão Aritmética, Progressão Geométrica, Fibonacci, Recorrência e Método de Newton-Raphson). Como resultado, observou-se que o processo de aprendizado, em sala de aula, deu-se de maneira mais atrativa quando auxiliado por meio dos algoritmos desenvolvidos.

Palavras-chave: Sequências; Linguagem de Programação; Freebasic; Algoritmo.

ABSTRACT – The purpose of this work is to show the importance of using computer programming in mathematics teaching in Basic Education. To this, have been developed through the Basic programming language, a set of algorithms to solve numerical sequence of problems (Arithmetic Progression, Geometric Progression, Fibonacci, Recurrence and Newton-Raphson method). As a result, it was observed that the learning process in the classroom, there was a more attractive way when aided by the developed algorithms.

Keywords: Sequence; Programming Language; FreeBASIC; Algorithm.

Recebido em: 17/09/2016
Revisado em: 03/11/2016
Aprovado em: 07/11/2016

1. INTRODUÇÃO

O momento contemporâneo, com o avanço da tecnologia, transformou-se em palco de discussões, análise e estudos sobre as funções sociais das atuais práticas pedagógicas e, conseqüentemente, do valor dos critérios para o delineamento das experiências. Diante deste prisma, faz-se necessário uma proposta de intervenção didática, visando à melhoria do processo ensino-aprendizagem dos diversos componentes curriculares.

Assim sendo, a utilização da Linguagem de Programação Basic pode ser considerada como uma proposta de intervenção didática para a melhoria no Ensino de Matemática. Uma vez que ao utilizar uma linguagem o aluno aprenderá o processo da programação em si construindo habilidades cognitivas dele próprio ao implementar um algoritmo computacional na resolução de um problema de sequência numérica. Com isso, voltando à Educação a finalidade é a assimilação de conteúdos interdisciplinar. A computação é o meio que torna os algoritmos produzidos viáveis para a apreciação do educando, que é incentivado pelo mestre que passa a ser um instrutor que media o processo de ensino-aprendizagem.

Linguagem de programação, conforme Dijkstra (1976) “é um método padronizado para comunicar instruções para

uma máquina que às decodificam”. É também um conjunto de regras sintáticas e semânticas usadas para definir um programa de computador. Aonde o compilador é meio de utilizá-la, no caso o FreeBasic, a ferramenta principal é o computador que transmite as informações lançadas na memória para que possam ser visualizadas pelo usuário, ao passo que as instruções que abordaremos são interdisciplinares e desenvolvem a aprendizagem do estudante. A aprendizagem é facilitada pelo fato de aprender a programar ser um fator motivador de assimilação e de atenção do que é apresentado, pois é como processo de observação, os conteúdos podem ficar mais claros, didáticos e interessantes.

A computação aplicada ao Ensino Médio visa adaptar o alunado a familiarizar-se com a programação, neste contexto, nosso enfoque que contribuirá no desenvolvimento de algoritmos práticos para a utilização de sequências, em especial, progressões aritméticas, progressões geométricas, sequências de recorrência e sequência de Fibonacci e método de Newton-Raphson (ALMEIDA, 2014). Assim a sequência trata o problema de análise simples e complexa de acordo com o grau de conhecimento de maturidade do estudante em resolver os problemas. No aspecto instrucional, espera-se que ao construir códigos alterne ocasiões

de atividades cognitivas com tempo de uso de agilidade motora.

Nesse contexto, vislumbrou-se a utilização da Linguagem de Programação Basic para dinamizar a aprendizagem de Matemática na 1ª série do Ensino Médio Regular na Instituição Pública Estadual Centro Aluísio Azevedo e na 2ª série do Curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão - IFMA, no município de Caxias no Maranhão. Nesse caso, objetivou-se desenvolver as habilidades lógicas do educando, aprimorando também a aprendizagem das operações Matemáticas apreendidas em sala de aula nas séries mencionadas.

Utilizar a Linguagem de Programação Basic para auxiliar o Ensino de Matemática no Ensino Médio (LOURENÇO, 2004). Identificar padrões de representação gráfica, numéricos e algébricos, fornecendo a compreensão dos conteúdos quando não é possível ter uma fórmula matemática.

Representar o problema na forma algébrica, numérica ou gráfica, caso possível. Utilizar software livre, FreeBasic, na construção de algoritmos que facilitam a resolução de problemas de sequências numéricas no processo ensino-aprendizagem usando o computador como ferramenta.

Implementar problemas usando sequência de recorrência. Fornecer à

comunidade estudantil a necessidade do uso de uma linguagem de computacional como um poderoso mecanismo na prática pedagógica do docente.

2. ASPECTOS PEDAGÓGICOS

O advento da informática com suas ferramentas e com o uso do computador na prática pedagógica vem revolucionando o processo de ensino-aprendizagem. O uso dessa tecnologia é um grande desafio tanto para o docente quanto para a escola, que necessita de material humano preparado para a execução dessa nova maneira de educar e ensinar. Por outro lado, a aplicação de uma linguagem de programação, abre uma nova perspectiva para docentes e alunos tornando a aula atrativa, empolgante e convincente.

A utilização do método de passar instruções com regra que o computador decodifica de maneira mais precisa ao usuário, a Linguagem de Programação Basic foi desenvolvida em conjunto com a aplicação de modelos de instruções e proporciona ao programador mecanismo para construção de algoritmo e é uma poderosa linguagem livre, de fácil aprendizagem, com comandos simples e foi desenvolvida por dois matemáticos, Thomas E. Kurtz e John G. Kemeny, em 1963 na Universidade de Darmouth nos Estados Unidos, conforme Kemeny (1985), para ser

interativa e para dar suporte aos programadores desenvolverem implementação de problemas podendo ser “empregados em uma variedade de propósitos dentro do contexto de aprendizado”, segundo Sebesta (2012). Um dos usos básicos e muito importante é a possibilidade de construir-se a autoconfiança. Ainda segundo Silveira (1998, p.02), outro aspecto “é o incremento da motivação, pois é um método eficaz que possibilita uma prática significativa daquilo que está sendo aprendido”. Essa forma de aprender a Matemática e Computação proporciona informações factuais e praticar habilidades, conferindo destreza e competência (BRASIL, 1988).

Embora a passagem de conhecimento através da Computação seja um meio muito atrativo e interessante, deve-se considerar também o processo de avaliação. Nessa nova abordagem pedagógica, a avaliação recebe uma nova perspectiva, onde o aluno é incentivado a passar para uma próxima etapa. Desta forma, os resultados das avaliações serão mais conclusivos, podendo assim direcionar o aprendizado do aluno individualmente, de maneira que todos possam aprender.

Ao resultar na história da computação a senhora Ada Lovelace (HUSKEY; HUSKEY, 1980; BYRON, 2010) foi a primeira a trabalhar uma linguagem de programação com um

projeto a Calculadora mecânica programável que não se destacou, mas a linguagem de programação progrediu até atualmente e é poderoso meio de construir código seja qual for o tipo. Nesse contexto, princípio ativo é ensinar os alunos a desenvolver o conhecimento adquirido em sala de aula para adaptar ao computador.

No que diz respeito aos aspectos pedagógicos colocados, pode-se observar que a Informática mantém uma relação estreita com a construção do conhecimento, sendo tratada como elemento motivador no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, os meios tecnológicos, aplicados e adaptados às atividades cognitivas de Piaget e Inhelder (1959) “possuem objetivos pedagógicos especializados para o desenvolvimento do raciocínio e aprendizagem do estudante”. Contudo, a Linguagem de Programação Basic não é um mero transformador de instruções pelo computador ao usuário, mas sim repassa o conhecimento, também torna possível ajudar no processo social do estudante estimulando a imaginação, da autoafirmação e da autonomia.

3. ASPECTOS MATEMÁTICOS

Os aspectos da fundamentalização da Computação no conteúdo do Ensino de Matemática, são abordados a seguir, temos:

3.1. Sequência Numérica

De acordo com o entendimento de Lima (2004, p.28), “uma sequência de números reais é uma função $x: N \rightarrow R$, definida no conjunto $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ dos números naturais e tomando valores no conjunto R dos números reais”. O valor $x(n)$, para todo $n \in N$, será representado por x_n e chamado o termo de ordem n ou n – ésimio termo da sequência.

Escrevemos $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$, ou (x_n) para indicar a sequência x .

Exemplos de Sequências: progressão aritmética, progressão geométrica, sequências de recorrências, sequência de Fibonacci e método de Newton-Raphson (ALMEIDA, 2014).

3.2. Progressões Aritméticas

Uma sequência de números reais é chamada progressão aritmética (P.A) quando dado um de seus termos, a partir do segundo, é igual à soma do anterior por uma constante r dada, chamada razão da P.A.

Para exemplificar a definição acima, dada uma sequência no formato de recorrência, segundo lezzi (2004), temos:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_n = x_{n-1} + r; \forall n \in N; n \geq 2 \end{cases}$$

em que x é o primeiro termo da sequência e r é a razão da P.A, são números reais dados para o exemplo acima.

Dado uma sequência $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ qualquer para ser P.A é

necessária que exista um número real r , em que

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 = \dots \\ \dots = x_{n+1} - x_n = \dots = r \end{aligned} \quad (1)$$

3.3. Fórmula do Termo Geral da P.A

Segundo lezzi (2004), usando a fórmula de recorrências, “é o que identifica o primeiro termo e calcula cada termo (x_n) a partir do antecedente (x_{n-1}) , pela definição da P.A, tendo o primeiro termo (x_1) , e razão (r) e o índice (n) de um termo desejado”. Portanto, conclui-se que o termo geral ou n – ésimio termo, temos:

$$x_n = x_1 + (n - 1)r \quad (2)$$

3.4. Fórmula da soma dos n primeiros termos de uma Progressão Aritmética

Conforme lezzi (2004), “a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética é definida por S_n .”

Segundo Lima (2006),” temos

$$S_n = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n$$

e, escrevendo a soma ao contrário, $S_n = x_n + x_{n-1} + x_{n-2} + \dots + x_2 + x_1$. Daí $2S_n = (x_1 + x_n) + (x_2 + x_{n-1}) + (x_3 + x_{n-2}) + \dots + (x_{n-2} + x_3) + (x_{n-1} + x_2) + (x_n + x_1)$. Fazendo os cálculos, conclui-se que todas as n parcelas são iguais a $(x_n + x_1)$, temos: $2S_n = (x_1 + x_n)n$.” Portanto a fórmula da soma dos n termos é:

$$S_n = \frac{(x_1 + x_n)n}{2} \quad (3)$$

Problema 01: (UEL-PR) Iezzi (2004) “Em um supermercado, as latas de certos produtos são expostas em pilhas, encostadas em uma parede com 1 lata na primeira fileira (a superior), 2 latas na segunda fileira, 3 latas na terceira, e assim por diante. A Figura 1 ilustra uma pilha, com 5 fileiras.”

- a) Quantas latas possui uma pilha de 1,60 m de altura, sabendo-se que uma lata possui 4 cm de altura?
- b) Se as latas desse produto são embaladas em caixas com 75 latas em cada caixa, quantas caixas serão necessárias ser retiradas do estoque?

No Quadro 1 um algoritmo no FreeBasic, para solucionar o Problema 1, cuja solução é exibida na Figura 2.

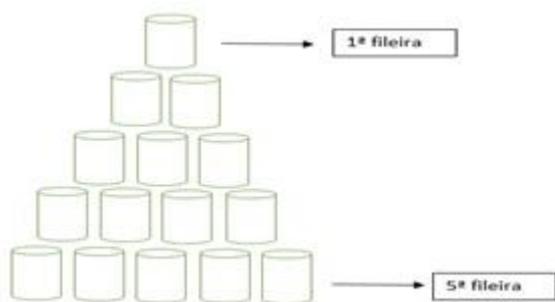


Figura 1. Problema das Fileiras de Latas
Fonte: (UEL-PR, Iezzi, 2004)

Quadro 1. Desenvolvimento do código do Problema das Pilhas de Latas

```

1. Cls
2. dim Nf as integer, Hpd as single, hl as integer, Ls as integer, x as single
3. dim n as integer, an as integer, a as integer, r as integer, Nct as integer
4. dim sn as integer, Nc as single, ql as integer, f as integer, Tl as integer
5. dim y as integer, Hp as single
6. input "Entre com o valor da altura da pilha de latas em cm: ", Hp
7. input "Entre com o valor da altura da lata em cm: ", hl
8. Print " Determinando o número de fileira "
9. Nf=Hp/hl :Print "O número de fileira e "; Nf
10. Print "Construir uma sequencia "
11. a=1
12. r=1
13. 'Calculo da Quantidade de fileiras da pilha
14. for n=1 to Nf
15. an=a+(n-1)*r : Print an,
16. next n
17. 'Determine a soma da quantidade de latas
18. Print "Quantidade de fileiras da pilha "; an
19. 'calcular quantas latas tem na pilha
20. sn=((a+an)*Nf)/2 : Print" A soma da qtd de latas na pilha de "; Hp; " e:"; sn
21. Print "Calculara o numero caixa na Pilha"
22. Print"%%%%%%%%%"
23. Dim z as integer
24. Dim resto as integer
25. Input "Entre com Qtd de latas de uma caixa: ",z
26. ql=z
27. Nc=sn/ql
28. resto=sn mod ql
29. : Print "Resto das latas "; resto
30. if resto = 0 then
31. Print "O número de caixa necessária para formar a pilha"; int(Nc)
32. else
33. Print "O número de caixa necessária para formar a pilha"; int(Nc)+1
34. end if
35. 'calcula o resto da divisão de quantidade de latas na pilha (Sn) por quantidade de latas na caixa (ql)
36. Print " Latas restante "; resto
37. Sleep
38. End

```

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

```

G:\Nova pasta\Trabalho\FREDBASIC.exe
Entre com o valor da altura da pilha de latas em cm:160
Entre com o valor da altura da lata em cm:4
Determinando o numero de fileira
O numero de fileira e 40
Construir uma sequencia
1      2      3      4      5
5      7      9      11     13     15
11     12     13     14     15     16
16     17     18     19     20     21
21     22     23     24     25     26
26     27     28     29     30     31
31     32     33     34     35     36
36     37     38     39     40
Quantidade de fileiras da pilha 40
A soma da qtd de latas na pilha de 160 e: 820
Calculando o numero caixa na Pilha
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Entre com Qtd de latas de uma caixa: 75
Soma das latas 70
O numero de caixa necessaria para formar a pilha 11
Latas restante 70
  
```

Figura 2. Resultado da Implementação da Pilha de latas

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

A sequência numérica da *P.A* do Problema 1, produzida pelo algoritmo desenvolvido no compilador FreeBasic para o Ensino da Matemática traz muito interesse para os alunos ao participarem da implementação do algoritmo pela linguagem de Programação Basic.

3.5. Progressões Geométricas

Uma sequência de números reais x_n é chamada progressão geométrica (P.G), quando dado um de seus termos, a partir do segundo, é igual ao produto do anterior por uma constante q dada, chamada de razão da P.G.

Para exemplificar a definição da P.G, dada uma sequência na fórmula de recorrência, segundo lezzi (2004), temos:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_n = x_{n-1} * q; \forall n \in N; n \geq 2 \end{cases}$$

Se a sequência $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ é uma progressão geométrica, ou *P.G*, então existe um número real $q \neq 0$, tal que,

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2} = \frac{x_4}{x_3} = \dots = \frac{x_{n+1}}{x_n} = \dots = q \quad (4)$$

e se $x_1 \neq 0$.

3.6. Fórmula do Termo Geral da P.G.

Segundo lezzi (2004), “utilizando a fórmula de recorrências na *P.G*, conforme a definição acima admite o primeiro termo ($x_1 \neq 0$), a razão ($q \neq 0$) e o índice (n) de termo desejado”. Logo, o termo geral x_n de uma progressão geométrica é dado por:

$$x_n = x_1 * q^{n-1} \quad (5)$$

3.7. Fórmula da soma nos n primeiros termos de uma Progressão Geométrica

Segundo Lima (2006), “para determinar a soma dos n primeiros termos S_n de uma progressão geométrica $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$, temos que observar duas opções em relação a q ”:

1. Quando $q \neq 1$

A soma é dada por

$$S_n = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-2} + x_{n-1} + x_n \quad (I);$$

multiplicando a equação (I) por q , temos

$$qS_n = qx_1 + qx_2 + qx_3 + \dots + qx_{n-1} + qx_n$$

Daí, resulta em

$$qS_n = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-2} + x_{n-1} + x_n q \quad (II);$$

Subtraindo as equações (I) - (II), tem-se:

$$S_n = x_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (6)$$

2. Quando $q=1$

Basta analisar que a sequência será constante com n termos iguais a x_1 , logo a fórmula é

$$S_n = nx_1 \quad (7)$$

3.8 Soma dos termos de P.G. infinita

Portanto, podemos afirmar que a soma dos infinitos termos de uma progressão geométrica (P.G) de razão não nula está entre $-1 < q < 1$. Conforme lezzi (2004), pode-se demonstrar a soma infinita da P.G. infinita $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ e a sequência $(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n, \dots)$, é dada por:

$$s_n = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n + \dots = \frac{x_1}{1-q} \quad (8)$$

Problema 02. "O lado de um triângulo equilátero mede 3 u. c. Unindo-se os pontos médios de seus lados, obtém-se um novo triângulo equilátero. Unindo os pontos médios do novo triângulo, obtém-se outros triângulos equilátero, e assim sucessivamente. Calcule a soma dos perímetros de todos os triângulos citados." Crie um algoritmo que calcule e imprima a soma dos perímetros de todos os triângulos citados.

No Quadro 2 um algoritmo no FreeBasic, para solucionar o Problema 2, cuja solução é exibida na Figura 3.

Quadro 2. Desenvolvimento do código dos triângulos equiláteros

```

1. 'Calculando a sequência dos lados e a
   soma dos perímetros de
2. ' triângulos equiláteros inscritos
3. cls
4. dim p as single, N as single, pn as single,
   q as single
5. dim soma as single, l as single, i as
   integer
6. dim ln as single, p1 as single, l1 as single
7. Print "Calculando a qtd de cada lado e o
   perímetro dos triângulos equiláteros"
8. Input "Qtda de Triângulos ", N
9. l=3 : print "l = "; l
10. p=3*l: print "p = ";p
11. for i=1 to N
12. if i<=1 then
13. ln=(1/2)*l : print "ln = "; ln,
14. else
15. ln=(1/2)*ln : print "ln = "; ln,
16. end if

17. pn=3*ln : print "pn = "; pn

18. Next i

19. Print "Calcular a soma infinita da P.G
   produzida pelos perímetros"
20. l1=(1/2)*l : print "l1 = "; l1
21. p1=3*l1: print "p1 = "; p1
22. q=p1/p : print "q = "; q
23. soma=p/(1-q) : print "soma = "; soma
24. sleep
25. end

```

Fonte: (Pesquisador, 2015, Freebasic).

The screenshot shows a terminal window with the following output:

```

Calculando a qtd de cada lado e o perímetro dos triangulos equilateros
Qtda de Triangulos 5
l = 3
p = 9
ln = 1.5   pn = 4.5
ln = 0.75  pn = 2.25
ln = 0.375 pn = 1.125
ln = 0.1875 pn = 0.5625
ln = 0.09375 pn = 0.28125
Calcular a soma infinita da P.G produzida pelos perimetros
l1 = 1.5
p1 = 4.5
q = 0.5
soma = 18

```

Figura 3. Resultado da Implementação dos lados e perímetros dos triângulos equiláteros
Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic)

3.9. Números Figurados

São números que formam uma construção geométrica de pontos equidistantes. Se estes formarem um polígono regular, são chamados de números poligonais. Destacaremos os números triangulares, quadrangulares, pentagonais e hexagonais (ALMEIDA, 2003).

3.9.1. Números Triangulares

São números que podem ser representados por pontos organizados em forma de um triângulo equilátero, (Figura 4) cuja sequência gerada é dada por

$$T_n = \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$T_n = \frac{(1+n)n}{2} \quad (9)$$

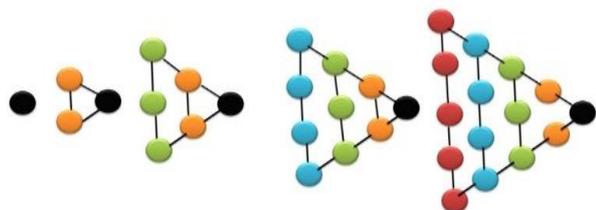


Figura 4. Sequência dos números triangulares, Fonte: Números Figurados. Disponível em <http://pt.slideshare.net/Fabannefreitas/nmeros-figurados>. Acesso em: 12 maio 2014.

3.9.2. Números Quadrangulares

São números que podem ser representados por pontos organizados em forma de um quadrado (Figura 5),



Figura 5. Sequência dos Números quadrangulares.

Fonte: Números Figurados. Disponível em <http://pt.slideshare.net/Fabannefreitas/nmeros-figurados>. Acesso em: 12 maio 2014.

cuja sequência gerada é dada por

$$Q_n = \sum_{k=1}^n 2k - 1 = 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1$$

$$Q_n = \frac{(1-2n-1)}{2} = n^2 \quad (10)$$

3.9.3. Números Pentagonais

São números que podem ser representados por pontos organizados em forma de um pentágono regular, (Figura 6).



Figura 6. Pentágonos formados por pontos.

Fonte: Números Figurados. Disponível em <http://pt.slideshare.net/Fabannefreitas/nmeros-figurados>. Acesso em: 12 maio 2014

cuja sequência gerada é dada por

$$P_n = \sum_{k=1}^n 3k - 2 = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots =$$

$$(3n - 2)$$

$$P_n = \frac{(3n-1)n}{2} \quad (11)$$

Problema 03. Crie um algoritmo que calcule a quantidade de pontos na posição n -ésima da sequência dos números triangulares, temos:

Quadro 3. Desenvolvimento do algoritmo da quantidade de pontos de números triangulares.

1. 'Calculando uma sequência de termos e a qtd de pontos em uma dada posição
2. 'de números figurado triangular
3. Cls
4. dim Tn as integer, k as integer, n as integer, m as integer
5. Input "Entre com o número de termos da sequencia dos números triangulares : ", k
6. for n=1 to k
7. Tn = ((1 + n)*n)/2 : Print Tn
8. Next n
9. 'Calculando a qtd de pontos identificando a posição do termo na sequência
10. Input "Digite a posição do termo da sequencia do numero triangular : ", n
11. Tn = ((1 + n)*n)/2 : Print "O número triangular equilátero tera = " ; Tn ; " pontos "
12. Sleep
13. End

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

```

G:\Nova pasta (4)\Nova pasta (3)\Nova pasta (2)\Nova pasta\Trashes\FBIDETE...
Entre com numero de termos da sequencia dos numeros triangulares : 10
1
3
6
10
15
21
28
36
45
55
Digite a posicao do termo da sequencia do numero triangular : 100
O numero triangular equilatero tera = 5050 pontos
  
```

Figura 7. Resultado da implementação do algoritmo da quantidade de pontos de números triangulares.

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

3.10. Sequências de Recorrências

Considerar a sequência $x(n)$, em que $n \in \mathbb{N}$, dada por

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots \quad (12)$$

3.10.1. Definição de Sequência de Recorrência

A sentença (12), representa uma sequência de recorrência que é definida por

intermédio de uma regra ou termo geral que permite calcular qualquer termo em função dos termos imediatos anteriores, como expressado na premissa a seguir Cooper (2003):

$$x_{n+k} = c_1(n) x_{n+k-1} + c_2(n) x_{n+k-2} + \dots + c_k(n) x_n + f(n) \quad (13)$$

em que $c_k(n) \neq 0$, ditos coeficientes, e $f(n)$ são funções de n .

Conforme Pollman (2000, p.09), “frequentemente a teoria da Computação ao analisar o tempo de execução de um algoritmo (ou o espaço ocupado na memória pelos dados), obtemos uma (ou mais) equações discretas, chamadas de Equações de Recorrência”.

Nas sessões a seguir irão “descrever alguns tipos de sequências de recorrências que são fundamentais para a execução de algoritmo”, segundo de Paula (2009, p.01) e (MOREIRA, 2009). A implementação utiliza o compilador FreeBasic.

Problema 04. Crie um algoritmo que represente as sequências de recorrências Lineares de Segunda Ordem Homogêneas com Coeficientes Constantes através da sequência de Fibonacci.

Quadro 4. Implementação da sequência de recorrência linear de 2ª ordem

1. 'Calculando a sequência de Fibonacci pela fórmula da sequência de recorrência
2. cls
3. dim a as single, b as single, n as integer, xn as integer
4. dim k as integer, i as integer
5. Print "Cálculo pela a fórmula de sequência de Recorrência Lineares de 2ª Ordem Homogenias c/ Coeficientes Constantes"
6. Input "A qtd de termos da sequência de Fibonacci : ",k
7. a=((1+sqr(5))/2)
8. b=((1-sqr(5))/2)
9. for i = 1 to k
10. xn=1/sqr(5)*a^i-1/sqr(5)*b^i : print xn
11. next
12. sleep
13. end

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

```

C:\FreeBasic\FBIDETEMP.exe
Calculo pela a fórmula da Sequencia de Recorrencias Lineares de Segunda Ordem Homogeneas con Coeficientes Constantes
A qtd de termos da sequencia de Fibonacci : 12
1
1
2
3
5
8
13
21
34
55
89
144
  
```

Figura 8: Resultando da Implementação da sequência de recorrência.

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

A implementação do algoritmo (Quadro 4) da sequência de recorrência, gera a sequência de Fibonacci (Figura 8), o que confirma o algoritmo. Nesse mesmo processo foi determinado a número de casais de coelhos que irá ser abordado na sessão a seguir.

3.10.2. Sequência de Fibonacci

Conforme Moreira (2009, p.04), define como uma “sucessão em que $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$, $n \in \mathbb{N}$.”

A seguir, temos o problema dos casais de coelhos de Fibonacci que determinam uma sequência (PEREIRA, 2008; SUNG, 2012).

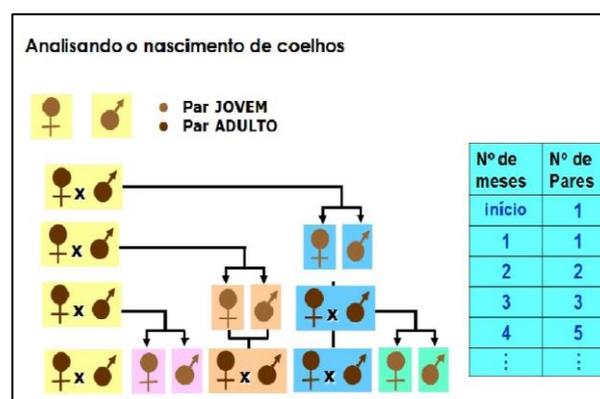


Figura 9: Sequência de Fibonacci problema dos casais de coelhos

Fonte: Catarina Losada. Sequência. Disponível em <http://slideplayer.com.br/slide/361792/>. Acesso em: 12 maio 2014

O problema dos coelhos, implementado na linguagem de programação Basic é apresentado no algoritmo na sessão anterior onde foi apresentado o processo por uma sequência de recorrência.

3.10.3. Fractais

São formas geométricas que apresentam padrões que se repetem infinitamente, onde cada uma das partes repetidas destas figuras é semelhante a toda

ela, ou seja, são autossimilantes, conforme Cangussú (2013).

A Figura 10, mostra as etapas de formação da curva de Koch que através de um conjunto de fractais, calculado por equações matemáticas que constrói o Floco de neves de Koch, segundo Colli (2014).

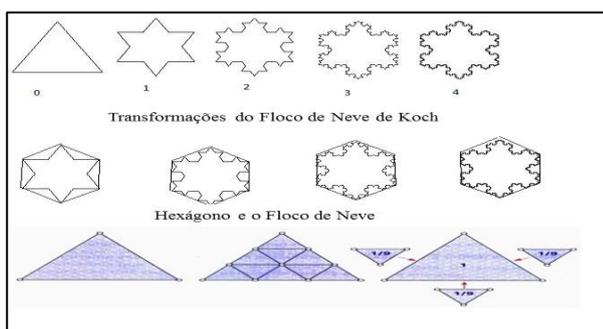


Figura 10: Formação do Floco de neve de Koch
Fonte: (Pesquisador, 2014).

Ao construir um algoritmo (Quadro 5) para a Curva e o Floco de neve de Koch resolvemos o perímetro e a área do Floco de neve de Koch, que determina uma progressão geométrica, cujos resultados podem ser vistos na Figura 11.

Quadro 5. Algoritmo da formação do Floco de neve de Koch

1. 'Calculando área e o perímetro do Floco de Neve de Koch
2. Cls
3. dim l as integer, K as integer, p as single, S0 as single, t as integer
4. dim S as single, PG as single
5. Print"Determinar a área e o perímetro do Floco de Neve de Koch."
6. Print" Perímetro : p "
7. Print" Area : S"
8. Input " O valor do lado do triângulo inicial "; l
9. Input "O número de etapas desejadas";K
10. Print "p eh:"
11. p=3*l ' Calculando o perímetro do triângulo inicial
12. S0 = ((l^2)*(sqr(3)))/4 ' Calculando a Área inicial
13. t=0
14. Do while t<=K
15. Print "Et=";t,
16. Print"p= "; p,
17. If (t<1) Then
18. Print"S= "; S0
19. Else
20. Print"S= "; S
21. End If
22. p = 3*l*(4/3)^(t+1)
23. PG=(3/5)*(1-(4/9)^(t+1))
24. S=S0*(1+PG)
25. t=t+1
26. Loop
27. Sleep
28. End

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

```

Determinar a area e a perimetro do Floco de Neve de Koch.
Perimetro : p
Area : S
O valor do lado do triangulo inicial ? 10
O numero de etapas desejadas? 30
p eh:
Et= 0      p= 30      S= 43.30127
Et= 1      p= 40      S= 57.73503
Et= 2      p= 53.33333  S= 64.15003
Et= 3      p= 71.11111  S= 67.00114
Et= 4      p= 94.01401  S= 68.2603
Et= 5      p= 126.4198  S= 68.83148
Et= 6      p= 168.5597  S= 69.00179
Et= 7      p= 224.7462  S= 69.17304
Et= 8      p= 299.6617  S= 69.24248
Et= 9      p= 399.5489  S= 69.26445
Et= 10     p= 532.7318  S= 69.27422
Et= 11     p= 710.3091  S= 69.27856
Et= 12     p= 947.0027  S= 69.28049
Et= 13     p= 1262.772  S= 69.28135
Et= 14     p= 1683.696  S= 69.28172
Et= 15     p= 2244.327  S= 69.2819
Et= 16     p= 2993.237  S= 69.28197
Et= 17     p= 3990.982  S= 69.28201
Et= 18     p= 5321.31  S= 69.28202
Et= 19     p= 7095.079  S= 69.28203
Et= 20     p= 9460.105  S= 69.28203
Et= 21     p= 12613.47  S= 69.28203
Et= 22     p= 16817.96  S= 69.28203
Et= 23     p= 22423.96  S= 69.28204
Et= 24     p= 29930.61  S= 69.28204
Et= 25     p= 39864.81  S= 69.28204
Et= 26     p= 53153.00  S= 69.28204
Et= 27     p= 70870.77  S= 69.28204
Et= 28     p= 94494.36  S= 69.28204
Et= 29     p= 125992.5  S= 69.28204
Et= 30     p= 167990  S= 69.28204
  
```

Figura 11: Resultados da formação do Floco de neve de Koch

Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

3.10.4. Método de Newton-Raphson

Seja f uma função contínua no intervalo $[a, b]$, que contenha uma raiz única $f(x) = 0$, é possível transformar tal equação em uma equação equivalente $f(x) = x - g(x)$ e, a partir de uma aproximação inicial x_0 , gerar uma sequência x_n de aproximações para ξ pela relação $x_{n+1} = g(x_n)$, de acordo com Almeida (2014).

Pelo método do ponto fixo encontramos a sequência do Método de Newton-Raphson (ALMEIDA, 2014), partindo de $f(x) = 0$ e de x_0 . Uma das condições de convergência é que $|g'(x)| < 1, \forall x \in I$, sendo I um intervalo centrado na raiz. Partindo da fórmula $g(x) = x + A(x)f(x)$, busca-se obter a função $A(x)$ tal que $g'(\xi) = 0$. Assim, $A(x) = -\frac{1}{f'(x)}$ e $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$. Deste modo, escolhido x_0 a sequência x_n do Método Newton-Raphson, será determinada por

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (14)$$

em que $n \in \mathbb{N}$.

Problema 05. Dada a função $f(x) = x^3 - x - 1$, e $\text{tol} = 0,002$, cuja raiz ou zero encontram-se nos intervalos: $\xi_1 \in I_1 = (-1, 0)$, $\xi_2 \in I_2 = (1, 2)$. Crie um algoritmo que calcule os valores de x e de $f(x)$ pelo Método de Newton-Raphson (ALMEIDA, 2014).

Quadro 6. Implementação da sequência do Método de Newton-Raphson

```

1.  cls
2.  dim x as double, k as double, i as integer, f
   as double
3.  dim n as integer, a as integer, b as integer,
   c as integer, d as integer
4.  dim e as integer
5.  Input "Entre com valor inicial da variável x :
   ", x
6.  Input "Entre com o valor da tolerância ou o
   epsilon : ", k
7.  Input "Entre com grau da função polinomial
   : ", n
8.  Input "Entre com o coeficiente a : ", a
9.  Input "Entre com o coeficiente b : ", b
10. Input "Entre com o coeficiente c : ", c
11. Input "Entre com o coeficiente d : ", d
12. Input "Entre com o coeficiente e : ", e
13. Do
14. x=x-(a*x^n+b*x^(n-1)+c*x^(n-2)+d*x^(n-
   3)+e*x^(n-4))/(n*a*x^(n-1)+(n-1)*b*x^(n-
   2)+(n-2)*c*x^(n-3)+(n-3)*d*x^(n-4))
15. Print "x = "; x,
16. f=abs(a*x^n+b*x^(n-1)+c*x^(n-2)+d*x^(n-
   3)+e*x^(n-4))
17. print " A função é "; f
18. loop until f<=k
19. sleep
20. end

```

Fonte: (pesquisador, 2015, FreeBasic)

```

G:\FBIDETEMP.exe
Entre co valor inicial da variavel x : 1
Entre o valor da tolerancia ou o epsilon : 0.002
Entre com grau da funcao polinomial : 3
Entre com o coeficiente a : 1
Entre com o coeficiente b : 0
Entre com o coeficiente c : -1
Entre com o coeficiente d : -1
Entre com o coeficiente e : 0
x = 1.5      A funcao e 0.875
x = 1.347826086956522      A funcao e 0.1006821730911482
x = 1.325200398950907      A funcao e 0.00205836191666342
x = 1.324718173999054      A funcao e 9.243777596701364e-007

```

Figura 12: Resultado da implementação da aplicação do Método de Newton-Raphson
Fonte: (Pesquisador, 2015, FreeBasic).

4. LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO BASIC

O uso da informática na educação através de softwares que auxiliam o Ensino de Matemática é uma nova perspectiva de transmissão de saber que está sendo priorizado ultimamente devido a popularização das mídias, das tecnologias e da internet. Isso ocorre porque a informática torna possível a criação de ambientes de ensino e aprendizagem individualizados, ou seja, adaptados às características de cada aluno. Somado a isso estão às vantagens de que traz consigo entusiasmo, concentração e motivação, entre outros.

Na criação de um código computacional, passa por várias fases de conhecimentos até entrar a solução de um dado problema. A princípio, primeiramente “cria um código fonte da linguagem, no caso o Basic, o compilador faz uma análise lexicográfica (scanner), uma análise sintática (parser), que gera um código intermediário, depois esse código é otimizado até que o computador reconheça as instruções”, segundo Cooper. Assim é realizado um algoritmo.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Linguagem de Programação Basic, considerada foi aplicada em duas turmas uma de 1ª série do Ensino Médio Regular da Instituição Pública Centro de Ensino Aluísio Azevedo e a outra na 2ª série do Curso

Técnico em Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA) na Cidade de Caxias - MA. A aplicação visou realizar um diagnóstico sobre a aceitação (entre os alunos) dessa linguagem da computação, como um processo motivador e assimilador. Além disso, avaliou-se também a usabilidade e a interatividade, habilidade e interoperabilidade do uso da linguagem como auxílio ao Ensino de Matemática.

A pesquisa realizada com os alunos foi para fazer um diagnóstico sobre o nível de aceitação do método de programação na Educação Básica, se é fundamental a sua usabilidade, interação e interatividade nas Instituições de Ensino como um processo motivador, assimilador, um procedimento metodológico renovador que visualiza melhorar a compreensão dos conteúdos na determinada disciplina. Alguns gráficos irão revelar a situação desses estabelecimentos de ensino.

Na aplicabilidade e análise de dados, foram coletadas informações úteis para a realização desse trabalho, com isso, foi elaborada uma pesquisa investigativa com alunos no Laboratório de Informática que responderam à enquete que revela a realidade vivida na Educação nessas Instituições ao aplicar a linguagem de programação. Este questionário é para pesquisar a situação da aprendizagem da

Matemática por meios computacionais abordados neste trabalho com as indagações e dúvidas. Os dados coletados apresentam-se resumidamente em figuras para melhor visualizar a situação apresentada.

As enquetes da pesquisa presentes no questionário investigativo destacam especificamente os aspectos que se referem ao aluno, através de dados como o tipo de sexo, 52,4% (cinquenta e dois inteiros e quatro décimos por cento) é do público feminino e 47,6% (quarenta e sete inteiros e seis décimos por cento), do restante dos entrevistados são do sexo masculino, participaram do curso de programação com o uso da Linguagem Basic no Ensino de Matemática. Algumas perguntas foram desenvolvidas visando à descoberta de satisfação do educando referente ao uso da Linguagem de Programação Basic em ambos os sexos. A enquete revelou que o alunado está interessado em obter mais conhecimento através do comprometimento na aprendizagem através da utilização da computação no ensino de sequência numérica, nas turmas das referidas Instituições onde os gestores e toda a sua equipe educacional deram todo suporte para realização da coleta de dados.

Relativamente à situação de dificuldades encontradas se referem à aptidão ao Ensino de Matemática em sala de aula, os gráficos destacam que dos 63 alunos

que participaram da pesquisa num universo de mais de 2000 (dois mil) alunos das duas Instituições, 36,50% (trinte e seis inteiros e cinquenta centésimos por cento) tem entendido o Ensino de Matemática aplicado pelo professor, que não tem muita deficiência nessa disciplina. No entanto, 63,50% (sessenta e três inteiros e cinquenta centésimos por cento) dos entrevistados têm muita dificuldade em aprender a Matemática no que se refere a resolução de problemas que é difícil de se entender o processo resolutivo. Com isso, o nível das maiores notas em três períodos, 10,60% (dez inteiros e sessenta centésimos por cento) têm médias 9,0 e 10,0 que apresenta a confirmação do que foi revelado anteriormente que de fato poucos alunos realmente tem superado os obstáculos impostos pela Matemática, mas em 22,80% (vinte e dois inteiros e oitenta centésimos por cento) as média estão baixas entre 1,0 a 6,75, isso retrata que precisa de um estudo para melhorar a forma com deve ser transmitido o conteúdo de Matemática, o ponto atomizador é que 35,40% (trinta e cinco inteiros e quarenta centésimos por cento) tem um diagnóstico de médias de 7,0 a 8,75 o que caracteriza o Ensino de Matemática como via de crescimento ao longo prazo, devido a formação da compreensão de cada aluno. Em termos de qualidade do Ensino de Matemática, 44,40%

(quarenta e quatro inteiros e quarenta centésimos por cento) dos entrevistados é tida como regular.

Na alternativa sobre as atividades relativas a Linguagem de Programação Basic, com o uso de padrões numéricos e geométricos para desenvolver algoritmo, 75% (setenta e cinco por cento) aprovam a utilidade da linguagem de programação para implementar os problemas de sequências numéricas, progressões: aritmética e geométrica, sequências de Fibonacci, sequências de recorrência e método de Newton-Raphson.

A amostragem dos gráficos retrata a realidade de um contingente de 63 alunos que abordam a realidade dos educandos e educadores da instituições mencionadas tendo a finalidade de mostrar o grau de credibilidade da Linguagem de Programação Basic perante os professores e as turmas do Ensino Médio Regular do Centro de Ensino Aluísio Azevedo e do Curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA) na cidade de Caxias - MA.

Os alunos dessas turmas são adolescentes que já tem um nível de conhecimento formado em sala de aula sobre a Matemática em assuntos como equação do 1º e 2º graus, polígonos e simetrias, geometria plana euclidiana, função polinomial do 1º e 2º graus, funções

trigonométricas e noções sobre informática.

As próximas figuras resumem a pesquisa,

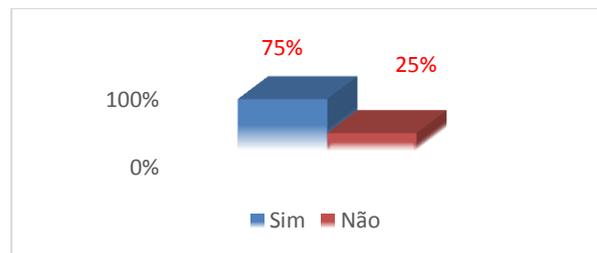


Figura 13. Percentual de atividades realizadas utilizando a Linguagem de Programação Basic
Fonte: Questionário aplicado aos alunos nas Instituições pesquisadas



Figura 14. Percentual de atividades de sequências numéricas transformada em algoritmo usando a Linguagem de Programação Basic
Fonte: Questionário aplicado aos alunos da escola pesquisada

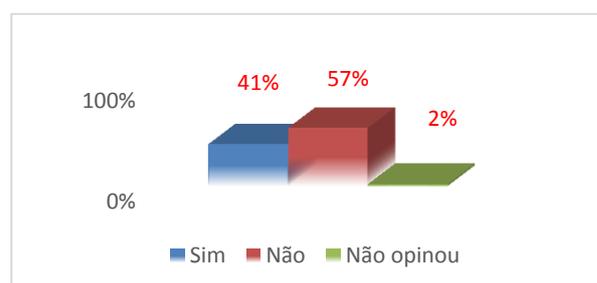


Figura 15. Percentual de atividades que só poderiam ser resolvidas com o auxílio do computador
Fonte: Questionário aplicado aos alunos da escola pesquisada

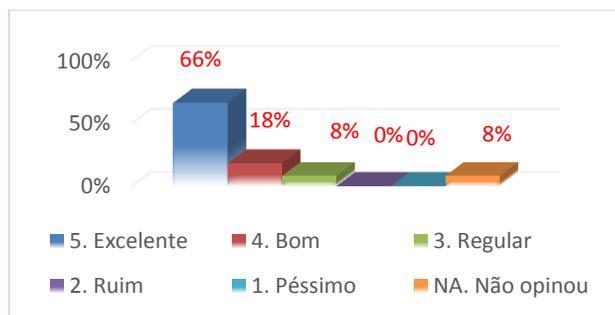


Figura 16. A importância e rendimento dos recursos Tecnológicos perante aos professores
 Fonte: Questionário aplicado aos professores da escola pesquisada

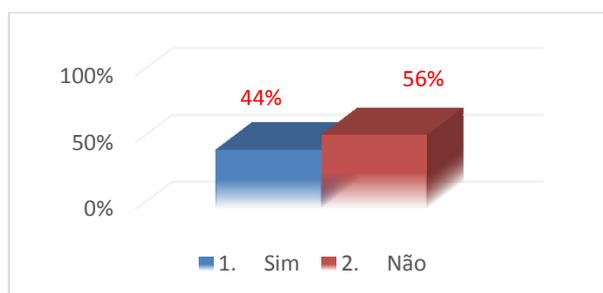


Figura 17. O conhecimento da Linguagem de Programação Basic e do FreeBasic perante aos professores
 Fonte: Questionário aplicado aos professores da escola pesquisada

Na Figura 13, o gráfico apresenta um aspecto que chamou a atenção dos educandos no desenvolvimento de algoritmo através do FreeBasic, 75% (setenta e cinco por cento) dos entrevistados concordaram que as atividades sobre o assunto de seqüências numéricas abordado estavam bem trabalhadas com nível de interpretação dos problemas matemáticos para implementação dos algoritmos, 25% (vinte cinco por cento) observaram que o uso da linguagem de programação Basic é importante para a aprendizagem, na qual levou o aluno a pensar e calcular as

operações matemática, mas é dificultoso o entendimento.

A Figura 14, revela que 82% (oitenta e dois por cento) das atividades podem ser transformadas em algoritmo, o que apresenta um desenvolvimento da alta estima do aluno e facilita na busca de conhecimento que resultou na melhoria do rendimento do aluno e da aprendizagem da Matemática em sala de aula junto ao professor titular da disciplina. Observa-se ainda que 13% (treze por cento) estão em adaptação à linguagem Basic.

O gráfico 15 determina o grau de motivação, o poder de concentração e favorecimento na resolução das atividades da disciplina que só podem ser resolvidas com o auxílio do computador.

O computador hoje é fundamental para aprendizagem principalmente quando se tem um fator gerador de interatividade, afetividade e operabilidade, aqui em questão o uso da linguagem de programação Basic transmitindo conhecimento das áreas no intuito de favorecer a resolução de atividades, ligado a Matemática à computação através da implementação de algoritmo com o compilador FreeBasic. Os que responderam à enquete, na Figura 15, 41% (quarenta e um por cento) dos alunos concordam que o computador como ferramenta de aprendizagem que auxilia na resolução de problemas através do uso dessa

linguagem de programação. Por outro lado 57% (cinquenta e sete por cento), por ainda não estarem familiarizados com a linguagem, acham que é melhor resolver os problemas de Matemática através de cálculos.

A Figura 16, apresenta um quadro positivo do rendimento do uso dos recursos tecnológicos para dinamizar o conteúdo da disciplina usando a programação. Com isso, professores responderam à pesquisa que 66% (sessenta e seis por cento) acharam excelentes as resoluções dos problemas por meio de um processo computacional, no qual é motivador, aumentam o poder de concentração do aluno. Além disso, 18% (dezoito por cento) avaliam esse processo como bom para o desenvolvimento da educação na escola. Entretanto, 8% (oito por cento) dos entrevistados veem o uso da linguagem Basic como regular para ser usado na sala de aula. Por outro lado, a alternativa ruim e péssimo, foi de zero por cento determinando a grau de motivação e concentração na implementação dos algoritmos.

A Figura 17, ilustra a análise da aplicabilidade dessa poderosa ferramenta de ensino e aprendizagem que trabalha diretamente com o computador perante aos professores que motiva e concentra o estudante, onde 44% (quarenta e quatro por cento) dos professores têm conhecimento da linguagem de programação Basic.

Como pode ser visto nas Figuras acima é de extrema relevância os resultados quando, questionou-se aos professores quanto à aplicabilidade de alguma Linguagem de Programação principalmente a Basic em sala de aula, responderam que não, mas disseram que já utilizaram alguma ferramenta computacional para dinamizar o conteúdo. Justifica-se com esse diagnóstico, a necessidade de se trabalhar com os alunos em sala de aula.

A amostra revelou, que os professores entrevistados estão preocupados com que o aluno precisa além dos livros e cadernos, ou seja, que é preciso o uso de uma Linguagem para programar que é uma possibilidade para auxiliar a aprendizagem do estudante. Por outro lado, muitos afirmaram que não usam na aula, pois desconhecem a existência desses tipos de linguagem, enquanto que responderam que esse procedimento é regular, uma vez que já ouviram falar da existência desse novo modo de socializar o saber no processo ensino aprendizagem advindo das novas tecnologias da informação e comunicação.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A contribuição sobre a usabilidade da Linguagem de Programação Basic no processo ensino aprendizagem é ampla e de grande importância para o melhoramento do

Ensino da Matemática nas Instituições mencionadas.

Com as mudanças no paradigma pedagógico e o surgimento de novas tecnologias, tais como o computador e a Internet, os professores abriram as portas ao uso de recursos que extrapolam a visão tradicional e os métodos meramente discursivos no processo de ensino-aprendizagem. Assim, com o crescimento da Tecnologia Educativa, aprender a programar numa linguagem se configura como uma ferramenta complementar na construção e fixação de conceitos desenvolvidos em sala de aula, bem como num recurso motivador tanto para o professor como para o aluno.

Com o desenvolvimento do Basic de uma linguagem de alto nível de terceira geração de fácil utilização, conforme Kemeny (1985), faz com que professores e pedagogos se interessem pela aplicabilidade do compilador FreeBasic diretamente em sala de aula. Assim, acredita-se que, aos poucos, esse tipo de desenvolvimento de algoritmo através de problema do próprio livro didático a Matemática torne mais compreensível para alunos e professores. Com isso, terá sua qualidade aumentada, no que diz respeito ao seu caráter pedagógico resultando em um aumento na produtividade dos alunos frente a disciplina que esteja estudando.

Tanto os alunos de ambos os sexos como os professores, demonstraram

interesse na programação, o fator importante nesse trabalho foi ativação da inteligência e do raciocínio feminino junto a jogos de computador, associado com trabalhos das áreas pedagógicas e psicológicas. Outro fato apresentado, são as cores e som que chamaram a atenção para os jogos que é uma grande atratividade e motivação.

Esforços estão sendo realizados para oferecer novas implementações. Alunos das instituições públicas sentiram-se mais atraídos pela forma como é realizado uma implementação de um algoritmo. Conforme observado, estes alunos dispõem parcialmente (ou não) de acesso a computadores: ou laboratórios de informática não são alvos para este tipo de atividade educacional, ou a escola trabalha com restritos recursos financeiros.

Finalmente, conclui-se que a Linguagem de Programação Basic para Educação desenvolve um ambiente motivador, atrativo e cativante na qual os estudantes sintam-se impressionados pelos obstáculos e que possam adquirir conhecimentos através de atividades qualitativas e quantitativas que os problemas de sequências numéricas produzem na construção do conhecimento.

Como trabalhos futuros, seria interessante que a abordagem proposta neste trabalho fosse implementada por meio

de tecnologias web (PHP, Java, Ruby e outras). Dessa forma, o acesso à aplicação aqui desenvolvida ocorreria de forma mais abrangente, podendo ser feito de qualquer dispositivo provido de internet. Outro trabalho futuro é o estudo de mecanismos que simplifiquem e tornem mais comunicativa a interação entre os usuários e o sistema.

AGRADECIMENTOS

Agradece a oportunidade de participar desse Colloquium Exactarum num processo de inovação científica para o desenvolvimento da ciência e do conhecimento, para produzir um projeto que visa a utilização da linguagem de programação Basic na educação no ensino de matemática e viabilize o uso de ferramenta da computação para dinamiza a resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. **Cálculo numérico - Método do Ponto Fixo (MPF) - Método da Iteração Linear, (MIL) e Método de Newton-Raphson.** 2014. Disponível em: <[http://www.univasf.edu.br/~jorge.cavalcanti/4CN Parte2.2 Metodos.pdf](http://www.univasf.edu.br/~jorge.cavalcanti/4CN%20Parte2.2%20Metodos.pdf)>

ALMEIDA, M. C. **Platão redimido: a teoria dos números figurados na ciência antiga e moderna.** Champagnat, 2003.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil.** Diário Oficial da União, Brasília, out. 1988.

BYRON, A. et al. **Wayback machine.** 2010. Disponível em:

<<http://web.archive.org/web/20100721013509/http://cs-www.cs.yale.edu/homes/tap/Files/ada-bio>>. Acesso em: 04 nov. 2016.

CANGUSSÚ, E. S. **O ensino de sequências de recorrências na educação básica com o auxílio de linguagem de programação.** 2013. p. 72. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Do Maranhão (UFMA) - São Luís, 2013.

COOPER, T. **Engineering a Compiler.** San Francisco: Morgan Kaufmann, 2003.

COLLI, E. et al. **O que são fractais?** 2014. Disponível em <<http://mundoestranho.abril.com.br/materia/o-que-sao-fractais>>. Acesso em: 11 abr. 2014.

DIJKSTRA, E. W. **A Discipline of Programming.** Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1976.

IEZZI, G. Samuel. H. **Fundamentos de matemática elementar, sequência, matrizes determinantes, sistemas.** 7. ed. São Paulo: Atual, 2004.

HUSKEY, V. R.; HUSKEY, H. D. Lady Lovelace and Charles Babbage. **Annals of The History of Computing**, v.2, n.4, p. 384, Out. 1980.

KEMENY, J. G. et al. **Back to basic: the history, corruption, and future of the language.** [S.l.]: Addison-Wesley, 1985.

LIMA, E. L. **Análise real.** Rio de Janeiro: IMPA, 2004. v. 1.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do ensino médio.** 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v.2.

LOURENÇO, S. T. et al. **O ensino-aprendizagem da matemática e a pedagogia do texto.** Plano Editora, 2004.

MOREIRA, C. G. **Sequências recorrentes.** Rio de Janeiro: IMPA. 2009.

PEREIRA, L. C. Sequência de Fibonacci: história, propriedades e relações com a razão áurea. **Disc. Scientia. Ciências Naturais e Tecnológicas.** 2008. Disponível em: <<http://sites.unifra.br/Portals/36/tecnologicas/2008/fibonacci.pdf>>. Acesso em: 23 fev. 2015.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1959.

POLLMAN, H. S. Equações de recorrência. **Revista Eureka**, 2000. Disponível em: <www.obm.org.br/export/sites/default/revista_eureka/docs/>. Acesso em: 27 jan. 2015.

SEBESTA, R. W. **Concepts of programming languages**. Colorado Springs: Pearson, 2012.

SILVEIRA, R. S.; BARONE, D. A. C. **Jogos educativos computadorizados utilizando a abordagem de algoritmos genéticos**. 1998. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1998.

SUNG, V. S. H. **Sequência de Fibonacci e suas aplicações**. Monografia (Graduação) – Universidade Federal de São Carlos, 2012.