

## ANÁLISE DO DESEMPENHO DAS ESCOLAS DE ENSINO MÉDIO ATRAVÉS DA METODOLOGIA DEA (DATA ENVELOPMENT ANALYSIS)

### PERFORMANCE ANALYSIS OF MIDDLE SCHOOLS TEACHING THROUGH THE METHODOLOGY DEA (Data Envelopment Analysis)

Sebastião Geraldo Barbosa; Carlos Ropelatto Fernandes; Marilene M. Yamamoto Pires

UNESPAR- Universidade Estadual do Paraná, Paranavaí – PR, Brasil. E-mail: sebastiaogbarbosa@gmail.com

**RESUMO** – Este trabalho teve como objetivo analisar o desempenho das escolas de ensino médio pertencentes aos Núcleos Regionais de Educação de Paranavaí, Loanda e Cianorte, aplicando a metodologia DEA (*Data Envelopment Analysis*) e regressão Tobit. Através dos vários modelos DEAs procurou-se determinar os índices de eficiência e o ranking das escolas, identificando as DMUs (*Decision Making Unit*) pertencentes ao *Benchmarking*, com a finalidade de propor linhas de ações para as escolas ineficientes. Através da regressão Tobit procurou-se analisar o grau de relacionamento entre os índices de eficiências das escolas e os insumos, identificando entre os vários modelos DEAs, o mais consistente para este tipo de pesquisa. Todo o trabalho foi fundamentado nos dados obtidos através dos questionários respondidos pelos candidatos e resultados dos seis últimos vestibulares da UNESPAR - Campus de Paranavaí.

**Palavras-chaves:** Eficiência; Análise; Desempenho.

**ABSTRACT** – This study aimed to analyze the performance of high schools using as sample size the schools belonging to the Regional Education Centers Paranavaí, Loanda and Cianorte applying the methodology DEA (Data Envelopment Analysis) and Tobit regression. Through the various models DEAs were determined efficiency ratios and the ranking of schools seeking to identify the DMUs (Decision Making Unit) belonging to Benchmarking for the purpose of proposing lines of actions for educational institutions ineffective. All work was based on data obtained from questionnaires answered by the candidates and results of the last four of the vestibular UNESPAR/FAFIPA. Tobit regression was sought to analyze the degree of relationship between the indices of efficiency of schools and inputs, trying to identify between the various models DEAs, the most consistent for this type of research.

**Keywords:** Efficiency; Analysis; Performance.

Recebido em: 22/04/2014  
Revisado em: 02/11/2014  
Aprovado em: 04/11/2014\_

## 1 INTRODUÇÃO

Os instrumentos utilizados pelo MEC para avaliação das escolas públicas (Enem, Ideb) apenas diagnosticam a (in)eficiência do processo sem levar de maneira objetiva as diversas realidades vivenciadas pelas escolas. Importante, seria um processo que possa diagnosticar de maneira mais eficaz as causas dos insucessos dos alunos nas instituições públicas levando em consideração todas as diversidades das unidades educacionais.

Na busca de uma nova metodologia, alguns pesquisadores têm desenvolvido novas técnicas para analisar o desempenho das unidades de ensino e fornecer subsídios para as tomadas de decisões. Dentre os vários modelos presente na literatura destacam-se DEA (*Data Envelopment Analysis*), desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978).

Os vários modelos DEAs permitem determinar índices de eficiências das instituições de ensino levando em consideração as variáveis significativas (insumos) ao dia a dia da escola que interferem no desempenho (produtos) dos alunos. Por exemplo, uma escola pode obter um alto índice de aprovação, porém todas as variáveis (insumos) são favoráveis enquanto, outra pode apresentar um menor índice, porém as variáveis podem ser desfavoráveis, o que pode indicar um melhor índice de

eficiência mesmo não apresentando o melhor resultado final.

A análise de regressão Tobit auxilia este processo, no sentido de verificar e medir a consistência dos modelos DEAs utilizados, uma vez que os índices determinados pela metodologia DEA apresentam alguns intervalos de truncamentos ou censurados.

Na literatura encontram-se vários trabalhos que empregam DEA e Regressão Tobit. Por ex., Kirjavainen e Loikkanen (1995) realizaram um trabalho para avaliar 291 escolas secundárias da Finlândia, utilizando a Regressão Tobit e DEA para explicar o grau de ineficiência das escolas.

Rios (2005), realizou um trabalho, em sua dissertação de mestrado, medindo a eficiência relativa das operações dos terminais de contêineres do Mercosul, utilizando *Data Envelopment Analysis* e Análise de Regressão Tobit.

O que se busca através deste projeto é apresentar algumas ferramentas que servem de instrumento para analisar e medir o desempenho das escolas, de maneira mais justa levando em consideração as suas diversidades.

### 1.1 DATA ENVELOPMENT ANALYSIS – DEA

O DEA (Análise Envolvória de Dados) envolve o uso de métodos de programação linear para construir uma fronteira não-paramétrica sobre os dados, onde as medidas

de eficiências são calculadas em relação a sua fronteira.

O DEA é considerado, hoje, como uma poderosa ferramenta para definir estratégias para o *Benchmarking*, com a finalidade de indicar linhas de ações para tornar eficientes empresas ineficientes. *Benchmarking* pode ser considerado como um grupo de DMUs eficientes que servem de referência para que outras DMUs ineficientes consigam suas eficiências.

São várias as formulações dos modelos de DEA encontrados na literatura, porém são dois os modelos básicos mais utilizados nas aplicações. O modelo chamado CCR (CHARNES; COOPER; RHODES, 1978), também conhecido como CCR (*Constante Returns to Scale*), avalia a eficiência total, identifica as DMUs eficientes e determina a que distância da fronteira de eficiência estão as unidades ineficientes. O modelo chamado BCC (BANKER; CHARNES; COOPER, 1984), conhecido como VRS (*Variable Returns to Scale*), utiliza a função dual, permitindo a projeção de cada DMU ineficiente sobre a superfície de fronteira de produção determinada pelas DMUs eficientes.

- **Modelo CCR – Modelo dos multiplicadores, com retorno constante de escala.**

**a) Orientação insumo**

Quando um único insumo é usado para gerar um único produto, a produtividade do plano de operação

observado  $(x, y)$  é calculado por  $EF = \frac{x}{y}$ .

Porém, quando existem vários insumos para gerar vários produtos, a eficiência EF pode ser calculada pela razão entre as quantidades dos produtos gerados agregados em um único produto virtual e as quantidades dos insumos consumidos agregadas em único insumo virtual.

$$EFC_b(X_0, Y_0) = \max \sum_{k=1}^M u_k y_{ok}$$

$$S. a \quad \sum_{i=1}^N v_i x_{0i} = 1$$

$$\sum_{i=1}^M u_k y_{jk} - \sum_{i=1}^N v_i x_{ji} \leq 0,$$

$$j = 1, \dots, S$$

$$u_k \geq 0, \forall k,$$

$$v_i \geq 0, \forall i$$

Onde:

$S$  é o número de produtores;

$N$  é o número de insumos;

$M$  é o número de produtos;

$x_{0i}$  é a quantidade de insumo  $i$  da  $o$ -ésima DMU;

$y_{ok}$  é a quantidade de produto  $k$  da  $o$ -ésima DMU;

$u_k$  é o peso atribuído ao produto  $k$ ;

$v_i$  é o peso atribuído ao insumo  $i$ ;

$y_{jk}$  é a quantidade de produto  $k$  observado da DMU  $j$ ;

$x_{ji}$  é a quantidade de insumo  $i$  observado da DMU  $j$ .

**b) Orientação produto**

Em algumas situações, conforme Coelli, Rao e Baltese (1998), torna-se mais interessante selecionar modelos com

orientação produção. Segundo eles algumas unidades poderiam ter uma quantidade fixada de recursos pretendendo produzir muitos produtos. Neste caso, uma orientação produto poderia ser mais conveniente onde o objetivo é maximizar os produtos obtidos sem alterar o nível atual de insumos. Serão dadas as quantidades consumidas dos insumos e a eficiência técnica será calculada a partir da máxima expansão radial dos vetores dos produtos. O objetivo é maximizar os produtos obtidos sem alterar o nível atual dos insumos.

$$EFC_c(X_0, Y_0) = \min \sum_{i=1}^N v_i x_{i0}$$

$$S. a \quad \sum_{k=1}^M u_k y_{k0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^N v_i x_{ji} - \sum_{k=1}^M u_k y_{jk} \geq 0, \quad j = 1, \dots, S$$

$$u_k \geq 0, \forall k, \quad v_i \geq 0, \forall i$$

- **Modelo BCC – Modelo dos multiplicadores, com retorno variável de escala**

Outro modelo, considerado fundamental para o desenvolvimento da metodologia DEA é denominado de modelo BCC (BANKER; CHARNES; COOPER, 1984), conhecido como VRS (*Variable Returns to Scale*), pois pressupõe retornos variáveis de escala.

a) Orientação insumo

$$EFC_c(X_0, Y_0) = \max \sum_{k=1}^M u_k y_{ok} + u^*$$

$$S. a \quad \sum_{i=1}^N v_i x_{oi} = 1$$

$$\sum_{i=1}^N v_i x_{ji} - \sum_{k=1}^M u_k y_{jk} + u^* \leq 0, \quad j = 1, \dots, S$$

$$u_k \geq 0, \forall k, \quad v_i \geq 0, \forall i, \quad u^* \text{ irrestrito}$$

b) Orientação produto:

$$EFC_c(X_0, Y_0) = \min \sum_{i=1}^N v_i x_{i0} + v^*$$

$$S. a \quad \sum_{k=1}^M u_k y_{k0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^N v_i x_{ji} - \sum_{k=1}^M u_k y_{jk} + v^* \geq 0, \quad j = 1, \dots, S$$

$$u_k \geq 0, \forall k, \quad v_i \geq 0, \forall i, \quad v^* \text{ irrestrito}$$

### 1.1.1 MEDIDAS DE EFICIÊNCIAS COMPLETAS

Encontram-se disponíveis na literatura várias medidas completas, mas as mais conhecidas são:

- **Medida baseada em folgas – SBM (Slack Based Measure)**

Este modelo foi proposto por Tone e Tsutsui (2010) e é baseada nos excessos de consumo e nas folgas de produção relativamente às quantidades observadas. Para todo plano de produção observado, a medida é:

$$\tau^*(x_o, y_o) = \min \tau \frac{1 - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{s_n}{x_{on}}}{1 + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{t_m}{y_{om}}}$$

$$S. a \quad \sum_{j=1}^S \lambda_j x_{jn} + s_n = x_{on},$$

$$n = 1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^S \lambda_j y_{jm} - t_m = y_{om}$$

$$m = 1, \dots, M$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j; \quad s_n \geq 0 \quad \forall n; \quad t_m \geq 0 \quad \forall m$$

Onde  $s_n$  e  $t_m$  são vetores de quantidades de excessos de consumo e folgas na produção, respectivamente, e  $N$  e  $M$  o números de insumos e de produtos respectivamente.

• **Medida ajustada por amplitude – RAM**  
(*Range Adjusted Measure*)

A medida ajustada por amplitude é calculada com base na amplitude das quantidades de insumos e produtos. Este modelo foi proposto por Cooper, Park e Pastor (1999).

$$\Gamma(x_o, y_o) = \min \Gamma = 1 - \frac{1}{N+M} \left( \sum_{n=1}^N \frac{s_n}{R_n} + \sum_{m=1}^M \frac{t_m}{R_m} \right)$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^J \lambda_j x_{jn} + s_n = x_{on}, \quad n=1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j y_{jm} - t_m = y_{om}, \quad m=1, \dots, M$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j; \quad s_n \geq 0 \quad \forall n; \quad t_m \geq 0 \quad \forall m$$

onde

$$R_n = \underline{x}_n - \bar{x}_n \quad e \quad R_m = \underline{y}_m - / \bar{y}_m$$

$$\underline{x}_n = \min\{x_{jn}\}, \quad \bar{x}_n = \max\{x_{jn}\}$$

$$\underline{y}_m = \min\{y_{jm}\}, \quad \bar{y}_m = \max\{y_{jm}\}, \quad \forall j$$

**1.1.2 AVALIAÇÃO CRUZADA – (CROSS EVALUATION)**

A avaliação cruzada utiliza os escores de eficiências determinadas através do modelo tradicional DEA e seus pesos ótimos para atingirem a eficiência

No trabalho de Doyle e Green (1994) foi sugerida uma função objetivo definida que minimiza a soma ponderada dos produtos da DMU composta dividida pela soma ponderada dos inputs da DMU composta.

$$\min C_k = \min \sum_{i=1}^M \left( u_{sr} \sum_{j=1}^S y_{jr} \right) \quad (j \neq S)$$

$$s.a. \quad \sum_{i=1}^N \left( v_{si} \sum_{j=1}^S x_{ji} \right) = 1$$

Onde  $E_{kk}$  é a eficiência calculada pelo modelo DEA padrão e  $E_{ks}$  é a eficiência da DMUs calculada utilizando os pesos obtidos para a DMU k,  $e_k$  é a eficiência cruzada média da DMU k. O valor de  $e_s$  pode ser calculado através de:

$$e_s = \frac{\sum_{k=1}^j E_{ks}}{s} \quad \text{com } k \neq s$$

Ou sem a diagonal principal

$$e_s = \frac{\sum_{k=1}^j E_{ks}}{s-1} \quad \text{com } k \neq s$$

Para determinar as DMUs com a maior diferença relativa entre a eficiência padrão e a eficiência cruzada média, utiliza-se a fórmula:

$$M_k = \frac{(E_{kk} - e_s)}{e_s}$$

As DMUs com maiores  $M_k$  são denominadas “*Mavericks*” (DOYLE; GREEN, 1994). Quando uma DMU é eficiente no modelo padrão e tem um  $M_k$  alto é chamada de “falso positivo”, mostrando aquela DMU que atinge 100% de eficiência, porém, utilizando somente pesos irrealis.

## 1.2 REGRESSÃO TOBIT

Uma amostra na qual a informação sobre a variável resposta esteja disponível somente para algumas observações é conhecida como amostra censurada. Por isto o modelo de Tobit é também chamado de regressão censurada.

Vários autores têm utilizado os modelos de regressão com o método DEA para analisar a eficiência das organizações. Thanassoulis (1993) foi um dos primeiros autores a mostrar as vantagens na aplicação de regressão no modelo DEA como métodos alternativos que podem ser utilizados para comparar a eficiência de unidades.

Em DEA, os escores de eficiência situam-se entre 0 e 1, tornando-se problemática a aplicação dos métodos de mínimos quadrados ordinários (MQO), devendo, portanto, ser utilizado o modelo Tobit.

Matematicamente pode-se expressar o modelo Tobit pela equação:

$$y^* = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \dots + \beta_n \cdot x_n + \varepsilon$$

A equação de Tobit pode ser considerada como um modelo de regressão linear, no qual  $y^*$  (variável latente) substitui o  $y$ . Esta substituição é necessária devido ao modelo Tobit possuir dados censurados ou truncados. Este  $y^*$  pode assumir valores a direita, a esquerda ou em um determinado intervalo.

$$Y = \begin{cases} y^*, & \text{se } y^* > 0 \\ 0, & \text{se } y^* \leq 0 \end{cases}$$

O modelo censurado, padrão Tobit, é mais facilmente definido como um modelo de variável latente, conforme:

$$y^* = x\beta + \varepsilon, \quad u / x \sim N(0, \sigma^2)$$

onde:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \dots \\ \beta_n \end{bmatrix} \text{ e } y = \max(0, y^*)$$

Na metodologia a DEA os escores de eficiências para a orientação insumo estão situados entre 0 e 1, portanto, existe uma distribuição não normal, mas censurada para valores menores que 0 e maior que 1, da mesma forma, na orientação produto existe uma distribuição normal, mas censurada menores que 1, portanto, a regressão Tobit torna-se muito útil na metodologia DEA.

Quando se pretende determinar o grau de relacionamento entre cada produto com os índices de eficiências das DMUs utilizadas em um trabalho de pesquisas, com a finalidade de verificar a consistência entre os vários modelos DEAs é conveniente a utilização de Análise de Regressão Tobit, através dos seguintes modelos:

$$Y = \begin{cases} y^*, & \text{se } 0 < y^* \leq 1 \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

para a orientação insumo

$$Y = \begin{cases} y^*, & \text{se } y^* \geq 1 \\ 0, & \text{se } y^* < 1 \end{cases}$$

para orientação produto

## 2 MATERIAL E MÉTODO

As escolas de Ensino Médio, objeto de estudo deste trabalho, pertencem aos Núcleos<sup>1</sup> de Ensino de Paranaíba, Loanda e Cianorte envolvendo 21 municípios do NRE de Paranaíba, 11 municípios do NRE de Loanda e 11 do NRE de Cianorte totalizando 68 escolas públicas com aproximadamente 20 000 alunos e 06 escolas privadas com aproximadamente 2 000 alunos.

Para desenvolver o presente estudo, foram selecionadas variáveis com maior representatividade focada na situação sócio econômica e que pudesse ter alguma influência no desempenho dos alunos nos processos seletivos das universidades. Estas variáveis foram organizadas em dois grupos, insumo e produtos conforme suas características.

### Insumos

- X<sub>1</sub>. Escolaridade da família;
- X<sub>2</sub>. Situação econômica da família (salarial);
- X<sub>3</sub>. Índices percentuais dos alunos que não possui a cor da pele “branca”;

X<sub>4</sub>. Índices percentuais de alunos que não trabalham;

X<sub>5</sub>. Índices que medem o tempo que o candidato fez ensino fundamental em escola privada;

X<sub>6</sub>. Índices que medem o tempo que o candidato fez Ensino Médio em escola privada

### Produtos

Y<sub>1</sub>. Índice percentual dos alunos inscritos;

Y<sub>2</sub>. Índice percentual dos alunos classificados no limite de vagas;

Y<sub>3</sub>. Índice percentual dos alunos aprovados<sup>2</sup>.

Os levantamentos dos dados foram obtidos através de questionários respondidos pelos candidatos no momento da inscrição e relatórios obtidos pelo sistema do vestibular da UNESPAR/FAFIPA. Foram utilizados como amostra, os resultados dos quatro últimos concursos vestibulares da FAFIPA, envolvendo aproximadamente 7200 candidatos.

Para a tabulação dos dados foi utilizado o software Sphiny Léxica e lançados para o Microsoft Excel para a construção das tabelas. Para determinar os índices das variáveis X<sub>1</sub>, e X<sub>2</sub> foram utilizados pesos nas alternativas dos questionários de forma a maximizar os valores. Por exemplo, maior índice corresponde mais escolarização e

<sup>1</sup> No Paraná existem 32 NRE, subordinados à SEED, coordenando e oferecendo suporte educacional às escolas de ensino básico em 395 municípios do Estado. Eles acompanham a implantação e execução das políticas educacionais do Estado do Paraná nas escolas de sua jurisdição.

<sup>2</sup> Consideram-se candidatos aprovados todos que conseguiram nota da redação maior ou igual a 3.0 e média final maior ou igual a 2.0.

melhor situação econômica. Houve, também, uma preocupação no sentido de direcionar as variáveis insumos com os produtos trabalhados (ex: partiu-se do princípio que a escola com clientela de maior escore salarial tem melhor desempenho) e também manter a mesma escala para todas as variáveis.

Das 72 escolas pesquisadas foram descartadas 22 em função do pequeno

número de candidatos inscritos, com a finalidade de conseguir melhor consistência dos dados.

A tabela 1 foi obtida a partir da depuração, conversão e direcionamento das variáveis insumos/produtos.

**Tabela 1.** Insumos e produtos coletados no vestibular de 2010/2012 – FAFIPA

Esc.	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>
1.	12.8546	4.47330	67.8600	51.7857	12.5000	21.4286	1.4733	14.2857	55.3571
2.	10.6981	5.21212	80.0000	32.0000	4.0000	8.0000	0.6577	8.0000	64.0000
3.	15.6995	5.49563	76.2700	40.3226	6.7797	1.6949	1.5522	18.6441	66.1017
4.	13.9911	6.09169	73.8500	52.3077	0.0001	0.0001	1.7101	16.9231	67.6923
5.	11.1012	5.05051	58.3300	41.6667	8.3333	8.3333	0.3157	8.3333	83.3333
6.	13.5595	4.79798	73.0800	48.0769	3.8462	3.8462	1.3681	17.3077	76.9231
7.	14.4008	5.16595	48.6800	54.2056	18.4211	8.4112	2.8150	21.4953	73.8318
8.	14.6441	6.29504	69.2500	37.7143	13.1805	6.9164	9.1818	20.0573	71.6332
9.	11.5746	5.00000	70.0000	60.0000	0.0001	0.0001	0.5262	10.0000	55.0000
10.	10.7017	4.16935	75.4400	31.5789	1.7544	1.7544	1.4996	12.2807	61.4035
11.	14.3507	4.30473	71.9600	48.5981	8.4112	9.3458	2.8150	11.2150	67.2897
12.	13.4439	6.04507	78.4600	35.3846	1.5385	0.0001	1.7101	18.4615	83.0769
13.	11.9318	7.16253	90.9100	45.4545	9.0909	9.0909	0.2894	27.2727	63.6364
14.	10.0000	4.44444	40.0000	40.0000	20.000	40.0000	0.1315	0.0001	100.000
15.	11.3472	5.51461	63.5100	27.0270	10.8108	14.8649	1.9469	20.2703	59.4595
16.	9.7470	2.27273	62.5000	25.0000	12.5000	12.5000	0.2105	25.0000	75.0000
17.	18.6706	10.56015	40.0000	80.0000	80.0000	100.000	0.2631	70.0000	90.0000
18.	15.6076	4.61593	58.1400	52.3256	22.0930	4.6512	2.2626	20.9302	68.6047
19.	13.3178	6.96970	84.0000	22.0000	0.0001	0.0001	1.3154	20.0000	70.0000
20.	18.9286	9.49495	80.0000	60.0000	40.0000	80.0000	0.1315	20.0000	60.0000
21.	12.7940	4.66064	86.2100	29.3103	10.3448	6.8966	1.5259	29.3103	65.5172
22.	12.6987	3.70370	62.7500	72.5490	1.9608	1.9608	1.3418	9.8039	62.7451
23.	13.3303	5.83495	72.3400	32.9787	7.4468	9.5745	2.4730	14.8936	69.1489
24.	13.5134	5.49520	37.1100	37.4214	38.3648	8.4906	8.4978	21.6718	84.5201
25.	11.1268	3.08580	51.6500	70.3297	8.7912	12.0879	2.3941	13.1868	58.2418
26.	14.1150	5.33551	60.0000	43.5685	19.0871	23.2365	6.3404	29.0456	75.1037
27.	14.5990	6.13543	88.8900	22.2222	11.1111	14.8148	1.1839	11.1111	80.0000
28.	17.7296	7.07071	100.0000	11.1111	20.0000	22.2222	0.2368	22.2222	77.7778
29.	11.8182	7.80533	100.0000	27.2727	0.0001	7.6923	0.2894	27.2727	72.7273
30.	11.7695	6.97888	91.0400	54.5455	7.4627	9.0909	0.2894	27.2727	63.6364
31.	13.7345	5.07560	1.7300	38.5093	6.7308	6.2112	4.2357	17.3913	67.0807
32.	12.9751	4.97005	66.3700	37.1681	6.1947	5.3097	2.9729	11.5044	61.9469
33.	13.3641	6.22253	65.6300	44.5313	11.7188	12.2137	3.3675	21.0938	75.0000
34.	18.2632	10.70560	66.4200	78.8321	60.5839	76.6423	3.7359	41.5493	81.6901
35.	20.6627	11.74242	62.5000	77.5000	60.0000	100.000	1.0524	35.0000	72.5000
36.	19.6429	7.74411	33.3300	83.3333	100.000	66.6667	0.1579	16.6667	50.0000



37.	19.1206	9.07421	62.8100	77.6860	56.1983	99.1667	3.1834	35.5372	75.2066
38.	12.9949	5.71953	66.2300	50.6494	0.0001	3.8961	2.0258	16.8831	58.4416
39.	11.5132	6.09250	68.4200	30.5263	22.1053	5.2632	2.4993	11.5789	62.1053
40.	13.2738	4.12458	75.0000	41.6667	0.0001	0.0001	0.3157	8.3333	33.3333
41.	12.5744	5.72391	64.7100	31.5789	2.9412	5.5556	0.9471	25.0000	69.4444
42.	13.4481	5.44132	74.4000	45.2381	3.5714	4.1667	4.4199	13.0952	69.0476
43.	14.6867	3.97727	68.7500	56.2500	3.1250	6.2500	0.9734	10.8108	64.8649
44.	8.5069	5.27497	77.7800	55.5556	0.0001	0.0001	0.2368	0.0001	66.6667
45.	10.1686	5.21886	75.0000	8.3333	4.1667	0.0001	0.6314	0.0001	50.0000
46.	17.4178	4.64646	65.0000	55.0000	0.0001	0.0001	0.5262	10.0000	80.0000
47.	12.5255	3.93939	70.0000	10.0000	10.0000	0.0001	0.2631	20.0000	50.0000
48.	14.4345	7.11662	61.3600	18.1818	9.0909	2.2727	1.1576	18.1818	75.0000
49.	13.1030	6.12558	77.1900	23.3918	5.8480	6.4327	4.4988	22.8070	60.2339
50.	0.9990	4.63697	67.7900	36.9128	5.3691	14.9701	3.9200	14.7651	70.4698

Fonte: Dados coletados através dos questionários sócio-econômicos e relatórios dos vestibulares

A metodologia aplicada para obtenção dos resultados pode ser destacada em duas etapas:

- Na primeira etapa foram aplicados os vários modelos DEAs envolvendo todas as escolas para determinar o seu desempenho, sendo utilizados os softwares DEA-SAED e Siadv2;
- Na segunda etapa foi utilizado a regressão Tobit para analisar a consistência dos modelos DEA e o grau de

relacionamento entre os insumos e os índices de eficiências das escolas de cada modelo DEA, através do software Eviews.5.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para análise dos dados construiu-se a tabela abaixo, com os índices de desempenho das 50 escolas utilizando os 6 insumos e os 3 produtos, obtidos a partir da aplicação dos vários modelos DEAs, utilizando o software DEA-SAED e Siadv2.

**Tabela 2.** Índice de eficiências das escolas de Ensino Médio dos NREs de Paranavaí, Loanda e Cianorte.

Escolas	CCR Insumo	BCC Insumo	CCR Produto	BCC Produto	SBM	RAM	CRUZADA CCR Ins.	Mk	Ranking escolas	
1.	0.6360	0.8300	1.5710	1.4610	0.3330	0.8700	0.4630	0.3740	1°	12
2.	0.8930	0.9740	1.1200	1.0770	0.3460	0.9440	0.5570	0.6030	2°	41
3.	0.8800	0.8850	1.1370	1.1210	0.6560	0.9470	0.6620	0.3290	3°	16
4.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8180	0.2220	4°	19
5.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.6160	0.6230	5°	46
6.	0.9650	0.9660	1.0360	1.0360	0.8130	0.9710	0.7990	0.2080	6°	31
7.	0.9660	0.9680	1.0360	1.0230	0.7110	0.9410	0.6330	0.5250	7°	4
8.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7770	0.2870	8°	10
9.	0.8990	1.0000	1.1120	1.0000	0.5150	1.0000	0.6440	0.3960	9°	6
10.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8110	0.2330	10°	38
11.	0.8850	0.9020	1.1300	1.1170	0.6210	0.9180	0.6070	0.4580	11°	50
12.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9090	0.1000	12°	49
13.	0.9650	0.9670	1.0360	1.0340	0.3410	0.8990	0.5910	0.6320	13°	29

14.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.3760	1.6590	14°	8
15.	0.8540	0.9860	1.1710	1.1600	0.6020	0.9490	0.6170	0.3830	15°	42
16.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8700	0.1500	16°	21
17.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.4350	1.2980	17°	22
18.	0.9790	0.9810	1.0210	1.0140	0.6950	0.9330	0.5620	0.7410	18°	26
19.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8640	0.1570	19°	24
20.	0.4770	0.6070	2.0970	1.4620	0.0230	0.6800	0.2440	0.9540	20°	48
21.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7620	0.3120	21°	33
22.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7270	0.3750	22°	3
23.	0.8570	0.8940	1.1670	1.1610	0.5950	0.9380	0.6390	0.3410	23°	47
24.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.6740	0.4830	24°	43
25.	0.9750	1.0000	1.0260	1.0000	0.7090	1.0000	0.6370	0.5300	25°	32
26.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7220	0.3840	26°	9
27.	0.9890	1.0000	1.0110	1.0000	0.6120	1.0000	0.5350	0.8480	27°	23
28.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.4820	1.0730	28°	25
29.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7780	0.2860	29°	7
30.	0.9790	0.9790	1.0220	1.0200	0.4270	0.9070	0.6100	0.6050	30°	15
31.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8290	0.2060	31°	5
32.	0.8480	0.9210	1.1800	1.1710	0.6570	0.9470	0.6470	0.3100	32°	30
33.	0.9160	0.9240	1.0920	1.0620	0.7190	0.9490	0.6700	0.3660	33°	11
34.	0.8080	0.8170	1.2370	1.0770	0.5330	0.8410	0.3780	1.1400	34°	13
35.	0.6260	0.6890	1.5980	1.2310	0.1560	0.7440	0.2890	1.1620	35°	18
36.	0.6520	1.0000	1.5330	1.0000	0.0310	1.0000	0.1580	3.1250	36°	2
37.	0.6870	0.7230	1.4560	1.1800	0.3990	0.8130	0.3410	1.0160	37°	27
38.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7970	0.2540	38°	44
39.	0.8290	0.9720	1.2060	1.1410	0.5170	0.9280	0.4480	0.8510	39°	40
40.	0.7270	1.0000	1.3750	1.0000	1.0000	1.0000	0.4900	1.0410	40°	28
41.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8770	0.1400	41°	1
42.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7730	0.2930	42°	39
43.	0.8920	0.9540	1.1210	1.1210	0.6030	0.9620	0.6570	0.3580	43°	17
44.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.5270	0.8990	44°	34
45.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.2310	3.3300	45°	14
46.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8350	0.1980	46°	37
47.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.6580	0.5190	47°	35
48.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.6730	0.4850	48°	20
49.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7920	0.2630	49°	45
50.	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7940	0.2600	50°	36

Fonte: Dados obtidos através do software DEA-SAED e Siadv2.

Observa-se, pela tabela 2, que a escola 12 foi a melhor ranqueada, avaliação cruzada, isto indica que mesmo com as condições desfavoráveis (alunos de escolas públicas), apresentou um razoável desempenho no concurso vestibular. No entanto, a escola 17, por exemplo, formada por alunos de ensino privado, com 70% de

aprovação no limite de vaga, ficou ranqueada em 43º lugar, pois as condições foram todas favoráveis (bons insumos). Isto mostra a grande vantagem do DEA: não bastam tão somente os resultados, são analisadas, também, as condições dos insumos.

Através do modelo DEA BCC insumo, pode-se observar que houve 31

escolas com eficiência máxima, sendo que a escola 20 foi a menos eficiente com um índice de produtividade igual 0.6070. Este modelo, mesmo considerado o mais consistente (tabela 4), apresentou várias DMUs com pesos irrealis. Isto pode ser comprovado determinando o  $M_k$ , “Maverick”. Por ex., a DMU 12 tem  $M_k = 0,1000$  considerada mais eficiente pois possui menor  $M_k$ , isto significa, que sua eficiência é consistente ou seja, com pesos reais, enquanto ao DMU 36 considerada eficiente no modelo CCR produto, porém seus pesos são irrealis, denominado falso positivo, pois possui  $M_k = 3.1250$ . Isto acontece, pois os modelos DEAs tradicionais, várias DMUs, para conseguirem sua eficiência, assume pesos nulos, daí a importância do modelo de Avaliação Cruzada.

Um fato que merece atenção, conforme tabela 2, é que as escolas 22 e 25 consideradas eficientes em todos os modelos, foram ranqueadas, através da avaliação cruzada, na 17ª e 28ª posição, pois seus  $M_k$  são relativamente altos o que indica eficiência com pesos irrealis.

Para cálculo dos índices de eficiência da avaliação cruzada foram utilizados os índices de eficiência do modelo BCC insumo pelo fato de ter apresentado um melhor relacionamento com os insumos (tabela 5).

**Tabela 3.** *Benchmarking* construído através do modelo BCC insumo

DMUs	<i>Benchmarking</i>
1	14, 16, 24, 25, 31 e 44
2	10, 16 e 44
3	12, 16, 21, 22, 31, 41 e 47
6	10, 12, 16, 22, 41, 46 e 50
7	16, 17, 24, 31 e 41
11	8, 10, 16, 22, 25 e 50
13	16, 21 e 29
15	16, 24, 31, 47 e 49
18	12, 16, 24, 46 e 47
23	16, 19, 31, 47, 49 e 50
30	16, 17, 21 e 29
32	8, 10, 16, 24, 31, 49 e 50
33	12, 14, 16, 24, 26, 31 e 50
34	16, 17, 24 e 26
35	14, 16, 17, 24 e 31
37	14, 16, 17, 24 e 31
39	10, 16, 24 e 47
43	10, 16, 22, 31, 40 e 46

Fonte: Os índices foram obtidos pelo software Eviews.5.

Observa-se pela tabela 3 que a escola 16, 3ª colocada no ranking, serve de referência (*Benchmarking*) para as outras escolas. Esta escola não apresentou um melhor desempenho principalmente no produto  $Y_2$  (índice de aprovação no limite de vagas), porém as condições (insumos) não foram tão favoráveis, motivo, pelo qual tornou-se uma grande referência para as demais.

As DMUs que constituem o *Benchmarking* servem como referência para

aquelas que não são eficientes, conseguirem sua eficiência. Por ex., a escola 2, não eficiente, pode conseguir sua eficiência, espelhando-se nos projetos desenvolvidos pelas escolas 10, 16 e 44. Observa-se que a escola 16 é uma das melhores ranqueadas pela avaliação cruzada e serve de referência para todas as demais.

A tabela 4 mostra os índices de regressão Tobit utilizando como variável dependente os índices de eficiência dos vários modelos DEAs apresentados na tabela 2 e como variável independente os insumos apresentados na tabela 1. Os índices foram obtidos através da utilização software Eviews.5.

**Tabela 4.** Índice de regressão entre os insumos e os índices de eficiências das Escolas

CCR Insumo	BCC Insumo	CCR Produto	BCC Produto	SBM	RAM	CRUZADA
47,57%	71.66%	49.53%	32.72%	41.18%	64.27%	53.21%

Fonte: Índices obtidos através da utilização software Eviews.5.

A partir da tabela 4, foi possível calcular o índice de correlação entre os insumos e os índices de eficiência de cada modelo DEA.

**Tabela 5.** Índice de correlação múltipla entre os insumos e os índices de eficiências das Escolas.

CCR INSUMO	BCC INSUMO	CCR PRODUTO	BCC PRODUTO	SBM	RAM	CRUZADA
0.6897	0.8465	0.7045	0.5720	0.5417	0.8018	0.7295

Fonte: Índices obtidos através da utilização software Eviews.5.

Observa-se, através da tabela 5, que os modelos BCC insumo, RAM e Avaliação Cruzada apresentaram, de acordo com os dados, melhores índices de relacionamentos com os insumos, evidenciando uma melhor consistência nestes modelos de pesquisas.

Pode-se observar, através da tabela 4, que o modelo BCC insumo é o mais consistente, pois os insumos conseguem explicar 71.66% dos índices de eficiências das escolas. Embora sendo o modelo mais

significativo para este tipo de pesquisa (com dados coletados) apresenta certa desvantagem em relação a avaliação cruzada pelo fato de utilizar muitos pesos iguais a zero para determinar seu índice de eficiência, desta forma gera muitas DMUs eficientes.

O quadro abaixo mostra a análise de regressão Tobit entre os seis insumos e os índices de eficiência do modelo BCC insumos, utilizando o software EViews.5.

Dependent Variable: Y2					
Method: ML - Censored Normal (TOBIT) (Quadratic hill climbing)					
Date: 06/10/13 Time: 22:25					
Sample: 2001 2050					
Included observations: 50					
Left censoring (value) series: 0					
Right censoring (value) series: 1					
Convergence achieved after 7 iterations					
Covariance matrix computed using second derivatives					
		Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
X1		-0.013835	0.009667	-1.431100	0.1524
X2		0.008097	0.018407	0.439886	0.6600
X3		-0.002587	0.001904	-1.358593	0.1743
X4		-0.001780	0.001367	-1.302076	0.1929
X5		0.003312	0.002187	1.514698	0.1298
X6		-0.004108	0.001568	-2.620629	0.0088
C		1.439859	0.171793	8.381354	0.0000
Error Distribution					
SCALE:C(8)		0.097284	0.017650	5.511795	0.0000
R-squared	0.716622	Mean dependent var		0.958780	
Adjusted R-squared	0.669392	S.D. dependent var		0.085626	
S.E. of regression	0.049234	Akaike info criterion		0.260384	
Sum squared resid	0.101806	Schwarz criterion		0.566308	
Log likelihood	1.490392	Hannan-Quinn criter.		0.376882	
Avg. log likelihood	0.029808				
Left censored obs	0	Right censored obs		31	
Uncensored obs	19	Total obs		50	

Observa-se, através do quadro acima, que pela regressão Tobit, houve 31 valores censurados a direita, ou seja, maiores que 1. A importância da utilização da análise de regressão Tobit é que os parâmetros são estimados por máxima verossimilhança e não

por MQO, fornecendo uma estimativa mais consistente e garantia de  $E(\hat{\varepsilon}_i) = 0$

#### 4 CONCLUSÃO

Atualmente, há uma preocupação geral em diagnosticar o desempenho das escolas públicas. O fraco desempenho dos

alunos nos processos seletivos das universidades e as dificuldades no seu ingresso no mercado de trabalho têm levado pesquisadores a procurar as causas destes eminentes fracassos e oferecer subsídios para possíveis melhorias na qualidade de ensino.

A Secretaria da Educação e o MEC procuram, através da prova do ENEM, avaliar a qualidade do Ensino Médio sem levar em consideração a situação sócio econômica da clientela e outras variáveis que fazem parte do contexto da escola. É evidente que a influência de muitas variáveis tem um papel relevante no desempenho do aluno.

Observa-se através da aplicação dos vários modelos DEAs, uma realidade preocupante, pois, mesmo os indicadores educacionais mostrando o ensino público abaixo do esperado, a maioria das escolas inclusive as públicas, funcionam dentro de um índice de eficiência. Isto pode ser explicado pelo fato de que a grande maioria das instituições de ensino público apresenta situações e problemas semelhantes.

O grande número de variáveis comuns nas escolas é desfavorável a uma aprendizagem consistente, porém, mesmo assim, as escolas com todas suas diversidades conseguem mostrar certo grau de eficiência.

Embora, neste trabalho, o modelo BCC insumo apresentou-se mais consistente, a avaliação cruzada mostra-se mais eficaz,

pois evita que modelo DEA atribua vários pesos zeros para conseguir sua eficiência, o que não é interessante em uma pesquisa educacional.

Observou-se que uma das escolas se destacou, servindo de modelo (*Benchmarking*), para as escolas ineficientes. Talvez, seria o caso das secretarias ou núcleos de ensino analisar o que de diferente esta escola possui e/ou está desenvolvendo para elaborarem projetos de ensino mais eficazes.

Este trabalho mostrou que a metodologia DEA pode ser um instrumento importante para avaliação periódica das instituições de ensino, auxiliando nas tomadas de decisões e no desenvolvimento de seus projetos.

## REFERÊNCIAS

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and le inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 30, p. 1078-1092, 1984.

COELLI, T.; RAO, D. S. P.; BALTESE, G. E. **An introduction to efficiency and productivity analysis**. Massachusetts: KAP, 1998.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, p. 429-444, 1978.

COOPER, W. W.; PARK, K. S.; PASTOR, J. T. RAM: a range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in

DEA. **Journal of Productivity Analysis**, v. 11, p. 5-42, 1999.

DOYLE, J.; GREEN, R. **Efficiency and cross-efficiency in DEA derivations, meanings and uses**. *J. Opl. Res. Soc.*, [S. l.], v. 45, p. 567-578, 1994.

KIRJAVAINEN, T.; LOIKKANEN, H. A Efficiency and Productivity in Finnish Comprehensive Schooling 1998-2004. **Research Reports**, 1995.

RIOS, L. R. **Medindo a eficiência relativa das operações dos terminais de contêineres do Mercosul**. 2005. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

THANASSOULIS, E. A comparison of regression analysis and data envelopment analysis as alternative methods for performance assessments. **J. Opl. Res. Soc.**, v. 44, n. 11, p. 1129-1144, 1993.

TONE, K.; TSUTSUI, M. Dynamic DEA: a slacks-based measure approach. **Omega**, v. 38, p. 145-156, 2010.