http://journal.unoeste.br/index.php/ce/index
DOI: 10.5747/ce.2025.v17.e439
ISSN on-line 2178-8332

Colloquium Exactarum

Submetido: 04/04/2024 Revisado: 02/09/2024 Aceito: 19/09/2025

RECONHECIMENTO DE CARACTERES USANDO VALORES DE DIMENSÃO FRACTAL OBTIDOS COM MÉTODOS DISTINTOS

Character Recognition Using Fractal Dimension Values Obtained With Different Methods

João Saqueto Teixeira[1], Almir Olivette Artero[1], Danilo Medeiros Eler[1], Maurício Araújo Dias[1], Francisco Assis da Silva[2], Danillo Roberto Pereira[1]

[1]Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente – SP

[2]Universidade do Oeste Paulista (Unoeste), Faculdade de Informática de Presidente Prudente, Presidente Prudente – SP

e-mail: joao.saquetto@unesp.br, almir.artero@unesp.br, danilo.eler@unesp.br, ma.dias@unesp.br, chico@unoeste.br, danillo.pereira@unesp.br.

RESUMO – O Reconhecimento de caracteres é uma área de grande interesse por causa da dificuldade de se obter sistemas classificadores infalíveis. Entre os descritores usados nesta tarefa está a dimensão fractal. Entretanto, existem diversos métodos de cálculo da dimensão fractal, assim, este trabalho apresenta uma análise da classificação usando individualmente quatro valores de dimensão fractal, calculados usando quatro métodos diferentes e, por fim, apresenta os resultados de uma classificação que faz o uso combinado dos quatro valores da dimensão fractal. Os resultados obtidos apontam que o uso individual dos valores da dimensão fractal não é adequado para se realizar uma boa classificação, entretanto, nota-se um ganho extraordinário com o uso combinado dos quatro valores de dimensão fractal, pois as taxas de acerto usando as quatro medidas individuais da dimensão fractal ficaram em 17.58%, 9,34%, 7,69% e 7.14%. Enquanto que o uso combinado dos quatro valores atingiu uma taxa de acerto de 72.53%, ou seja, um ganho superior a quatro vezes a melhor taxa individual.
Palavras-chave: Visão Computacional; Dimensão Fractal; Reconhecimento de Caracteres.

ABSTRACT – Character recognition is an area of great interest because of the difficulty of obtaining infallible classifier systems. Among the descriptors used in this task is the fractal dimension. However, there are several methods for calculating the fractal dimension. Thus, this work presents an analysis of the classification using four fractal dimension values individually, calculated using four different methods and, finally, presents the results of a classification that makes combined use of the four fractal dimension values. The results obtained indicate that the individual use of the fractal dimension values is not adequate to carry out a good classification, however, an extraordinary gain is noted with the combined use of the four fractal dimension values, as the success rates using the four individual measurements of the fractal dimension were 17.58%, 9.34%, 7.69% and 7.14%. While the combined use of the four values achieved a success rate of 72.53%, that is, a gain greater than four times the best individual rate.
Keywords: Computer vision; Fractal Dimension; Character Recognition.

1. INTRODUÇÃO

Os computadores se tornaram essenciais em diversas áreas da sociedade, automatizando diversos processos anteriormente realizados apenas por pessoas e auxiliando em inúmeros outros. Os computadores, porém, tendem a ter sua entrada de informações feita por pessoas, limitando o processo de automação de diversas tarefas. Devido a isso, uma das áreas intensamente pesquisadas atualmente é a Visão Computacional (Szeliski, 2022), (Torralba et al., 2024), (Lakshmanan *et al.*, 2021).

Segundo Milano (2010), a visão computacional é a área responsável pelo modo como um computador enxerga o seu ambiente. Isto é, as imagens ou vídeos, capturados por peças de hardware próprias para captura, como câmeras de vídeo, scanners, webcams, entre outros, são processados usado algoritmos que analisam tais vídeos e imagens, em busca informações espaciais dos objetos imageados. Estas informações podem ser utilizadas em diversos casos de automação. Existem várias aplicações para a visão computacional, incluindo veículos autônomos, robôs autônomos, e também o reconhecimento de objetos e textos. No caso do reconhecimento de textos, surgem diversas aplicações, como: a tradução simultânea; sistemas de texto-fala; no reconhecimento de placas de veículos, de modo a auxiliar agentes de trânsito a aplicar infrações; na automatização de veículos, no reconhecimento de estradas, faixas, outros veículos e obstáculos.

O reconhecimento de caracteres, que consiste em uma forma do computador reconhecer caracteres em imagens, digitalizações e outras formas de entrada de informações, teve início, segundo Eikvil (1993), ainda no século XIX, porém, apenas em meados de 1940, com o desenvolvimento do computador digital, esta tecnologia realmente começou a ser desenvolvida. Porém, essa tecnologia ainda encontra grandes dificuldades, principalmente quando a entrada é feita em letras cursivas, citando, por exemplo, o trabalho de Belan *et al.* (2005), que demonstrou que há uma grande variação na forma como as letras são escritas em amostras de diferentes indivíduos, devido a diferença na caligrafia de cada pessoa. De fato, existe uma vasta quantidade de metodologias empregadas no reconhecimento de caracteres, incluindo técnicas básicas de extração de atributos (descritores), usados em técnicas como agrupamentos, classificador Bayesiano, Aprendizado de Máquina etc. e, mais recentemente, técnicas de aprendizado profundo, como as Redes Neurais Convolucionais, que dispensam a necessidade de se extrair atributos das imagens, pois embutem esta etapa em seu processamento (Islam et al., 2016), (Sharma, 2018), (Al-Taee *et al.*, 2020), (Chen *et al.*, 2021), (Monisha; Malathi, 2021), (Al Sayed *et al.*, 2022), (Chirimilla; Vardhan, 2022), (Ramyaa;Vardhana, 2022), (Wang *et al.*, 2023). Boa parte das dificuldades da área é decorrente da grande variedade de caracteres existentes nos diversos idiomas falados, como o Inglês, o Russo, o Chinês, etc., e também nas diferenças de escrita dos caracteres, podendo ser impressa em uma máquina ou manuscrita,

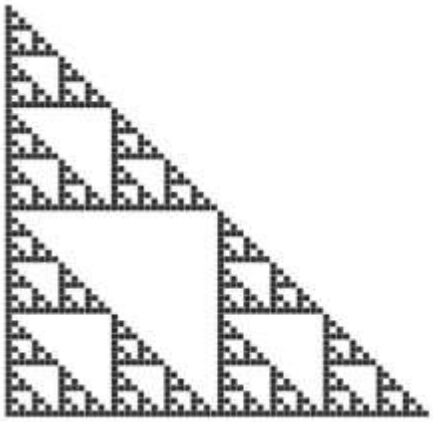
Apesar de existirem diversas alternativas para se fazer o reconhecimento de caracteres, a grande variabilidade de formatos de fontes, e de caligrafias, no caso de texto escrito à mão, faz com que todas as técnicas ainda apresentem algumas falhas, não apresentando 100% de sucesso na classificação dos caracteres, confundindo, principalmente, caracteres como g e 9, I (i maiúsculo), l (L minúsculo) e o número 1 (um). Assim, este trabalho apresenta uma proposta para usar a Dimensão Fractal (DF) no processo de classificação de caracteres. Além de avaliar a efetividade do uso da DF obtida com quatro métodos diferentes, também se propõe o uso combinado destas medidas como forma de tornar o reconhecimento mais robusto.

As demais seções deste trabalho estão organizadas da seguinte maneira: Na Seção 2 são descritos os conceitos sobre a Dimensão Fractal, seus diferentes algoritmos de cálculo e técnicas de apoio; A Seção 3 apresenta a proposta para a utilização destes algoritmos a fim de reconhecer os caracteres, incluindo a aquisição das imagens, o pré-processamento, o cálculo dos valores da dimensão fractal usando quatro métodos diferentes e a classificação usando estes valores individualmente e também combinados; Na seção 4 são apresentados os resultados obtidos no reconhecimento de caracteres; Finalmente, na Seção 5 são apresentadas algumas conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2. DIMENSÃO FRACTAL

Segundo Assis *et al.* (2008), um fractal (Mandelbrot, 2021) é um objeto que possui invariância em seu formato à medida em que a escala, sob a qual o mesmo é analisado, é alterada, mantendo-se a sua estrutura idêntica à original. A Figura 1 apresenta um exemplo de objeto fractal bastante conhecido, chamado *Triângulo de Sierpinski*.

Figura 1. Exemplo de um Fractal, o Triângulo de *Sierpinski* não perde sua definição se for ampliado (Lathrop *et al*., 2007; Lathrop *et al*., 2009).



A Dimensão Fractal é um valor numérico que, segundo Backes e Bruno (2005), consiste no nível de irregularidade de um fractal, sendo uma característica de extrema importância como descritor de formas. A Literatura fornece diversos métodos para calcular a Dimensão Fractal de um objeto em uma imagem, e a grande maioria delas se baseia na Dimensão de Hausdorff. Entretanto, nem todos os métodos podem ser aplicados a qualquer tipo de estrutura, pois cada método realiza uma medição diferente do objeto avaliado, o que gera resultados diferentes para um mesmo objeto. Os métodos explorados brevemente neste documento são: Box-Counting, Massa raio, Intersecção Acumulada e Dividers.

2.1. Box-Counting

O *Box-Counting* é o método mais conhecido e utilizado para calcular a Dimensão Fractal e, segundo Coelho (1995), isto ocorre por causa da sua implementação simples. Este método consiste em traçar diversos quadrados de mesmo tamanho sobre a imagem, com a finalidade de contar quantos quadrados são necessários para cobrir toda a forma do objeto. Em seguida, o tamanho destes quadrados são alterados (aumentados ou diminuídos) e o processo é repetido, a fim de que se possua uma quantidade de dados conforme a dimensão de quadrados e o número cobre a figura. Este método se baseia na Equação 1.

$$N_r(A) = \mu r^{-D} \tag{1}$$

onde $N_r(A)$ é o número de caixas de lado r que contenham parte da forma A. A partir da Equação 1, calcula-se a Dimensão Fractal D usando a Equação 2.

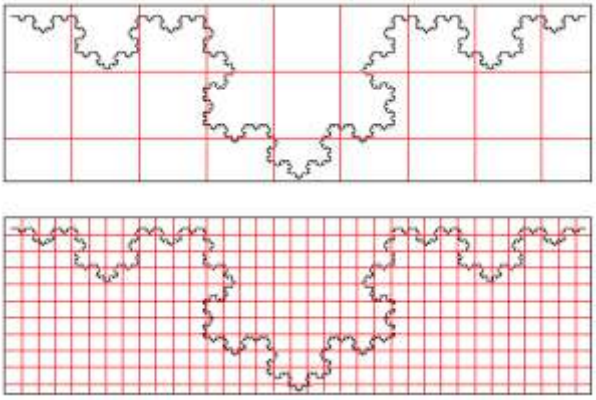
$$D = -\lim_{r \to 0} \frac{\log\left(N_r(A)\right)}{\log(r)} \tag{2}$$

Os diferentes tamanhos dos quadrados podem ser arbitrários, porém, utilizando a sugestão de Backes e Bruno (2005), adota-se um conjunto B de tamanhos padronizados utilizando a regra em (3).

$$\forall r_i \in B \begin{cases} r_0 = \max(\text{largura}, \text{altura}) \\ r_{i+1} = r_i / 2 \end{cases} \tag{3}$$

Por fim, traça-se um gráfico *log-log* de $N_r(A)$ (número de caixas ocupadas) por r (tamanho do lado dessa caixa) e obtém-se a aproximação de uma reta com coeficiente angular α e, assim, a Dimensão Fractal $D = -\alpha$. A Figura 2 apresenta um exemplo de aplicação do método *Box-counting*.

Figura 2. Exemplo e visualização de duas iterações da aplicação do método *Box-Counting* (LATHROP et al, 2009).



2.2. Massa Raio

O método de cálculo de *Massa-Raio* sobrepõe círculos sobre a imagem de um objeto e, em seguida, conta a quantidade de pontos da imagem do objeto presentes dentro do interior do circulo. Esse método se baseia na Equação 4 (Backes; Bruno, 2005).

$$M_r(A) = \mu . r^D \tag{4}$$

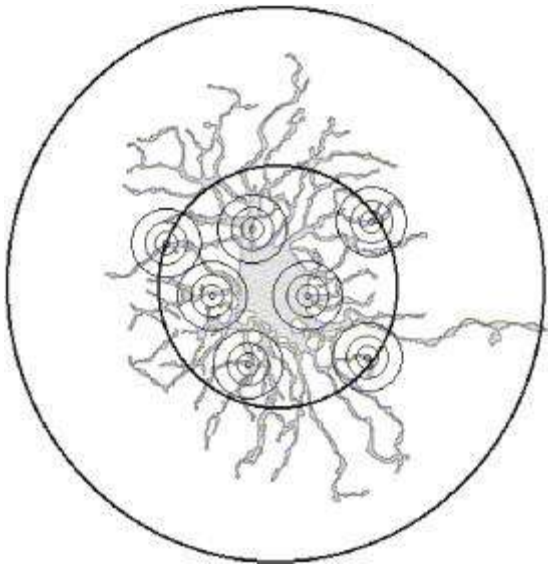
onde $M_r(A)$ é o número de pontos de uma forma A presentes em um circulo de raio r, sendo μ uma constante.

A partir da Equação 4, obtém-se a dimensão fractal D usando a Equação 5.

$$D = \lim_{r \to 0} \frac{\log\left(M_r(A)\right)}{\log(r)} \tag{5}$$

Para calcular a dimensão fractal D usando esse método, um ou mais círculos podem ser utilizados. No caso de se utilizar apenas um círculo, é interessante escolher o centro do círculo como sendo o centro de massa da forma analisada. Já no caso de se utilizar vários círculos, um mecanismo de sorteio pode ser utilizado para se escolher os diferentes centros dos círculos, além de se considerar a massa média calculada pelos vários círculos. A Figura 3 apresenta um exemplo de aplicação deste método.

Figura 3. Exemplo e visualização da aplicação do método *Massa Raio* com um único círculo centrado e com vários círculos aleatórios (Backes, 2006).

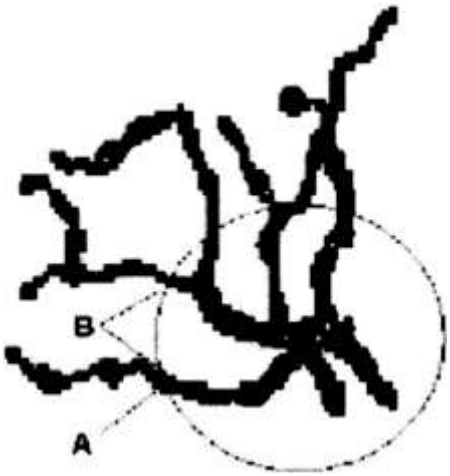


2.3. Intersecção Acumulada

O método da Intersecção Acumulada, desenvolvido por Schierwagen (1990), é baseado no trabalho de Sholl (1953), e consiste em um método similar ao método Massa-Raio, no entanto, ao invés de calcular a massa de uma região, esse método calcula o número de intersecções ou subdivisões existentes nessa região (Schierwagen, 1990).

Este método também se baseia na Equação 4 (Backes; Bruno, 2005), sendo $M_r(A)$ o número de intersecções existentes na forma A quando sobreposta por um circulo de raio r. Por fim o valor de D também é obtido usando a Equação 5. A Figura 4 apresenta um exemplo de aplicação deste método.

Figura 4. Exemplo e visualização da aplicação do método de Intersecção Acumulada com um único círculo. Pontos que possuem intersecção com o círculo e são adjacentes entre si são mostrados por (A), e pontos com intersecção sem adjacência indicados por (B) (Backes, 2006).



2.4. Dividers

O método Dividers (Stoyan *et al.* 1994) é um dos métodos mais simples para estimar a Dimensão Fractal de objetos e curvas que possuam um contorno definido. Trata-se de um método exato apenas para curvas auto-semelhantes (Takayasu, 1990), que se baseia no fato do perímetro de um fractal ser proporcional ao tamanho de uma régua r usada para medir o seu contorno. Usando a Equação 6:

$$l(r) = \mu . r^{1-D} \tag{6}$$

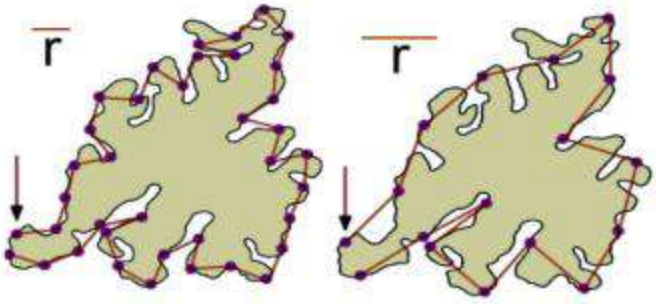
onde $l(r)$ é o comprimento do perímetro de uma forma medido com uma régua de tamanho r.

Por fim, a dimensão fractal D é obtida usando a Equação 7

$$D = \lim_{r \to 0} \frac{\log\left(l_r(A)\right)}{\log(r)} \tag{7}$$

Traçando o gráfico *log-log* de $l(r)$ (comprimento do perímetro para uma régua r) por r (tamanho da régua) obtém-se a aproximação de uma reta com coeficiente angular α, sendo D = 1 - α é a Dimensão Fractal. A Figura 5 apresenta um exemplo de aplicação deste método.

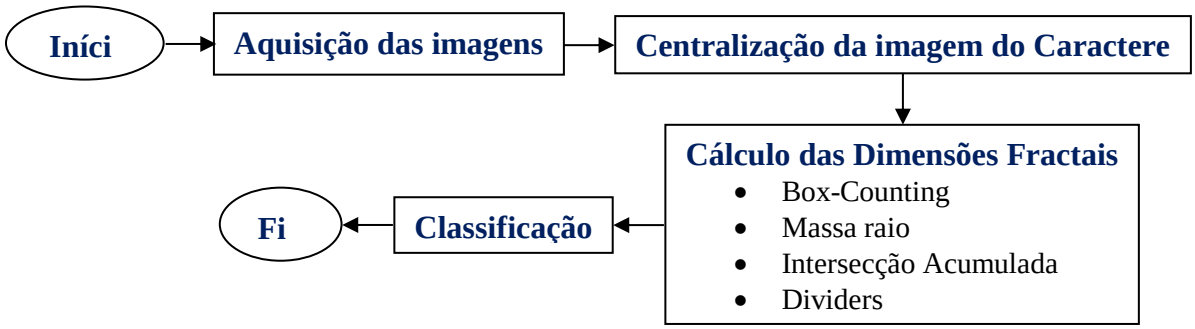
Figura 5. Exemplo e visualização da aplicação do método Dividers com medição para valores distintos de 'r' para determinada imagem (Backes, 2006).



3. PROPOSTA

Este trabalho apresenta uma análise da classificação de caracteres usando, individualmente, quatro valores de dimensão fractal, calculados com quatro métodos diferentes e, por fim, apresenta os resultados de uma classificação que faz o uso combinado dos quatro valores da dimensão fractal. Os métodos avaliados são: Box-Counting; Massa Raio; Intersecção Acumulada e Dividers. A Figura 6 apresenta o fluxograma proposto, que contempla a aquisição das imagens dos caracteres, o pré-processamento, o cálculo das dimensões fractais dos caracteres e a etapa final de classificação, usando uma rede neural backpropagation (Artero, 2009; Maynard, 2020; Aggarwal, 2023; Oliveira, 2024).

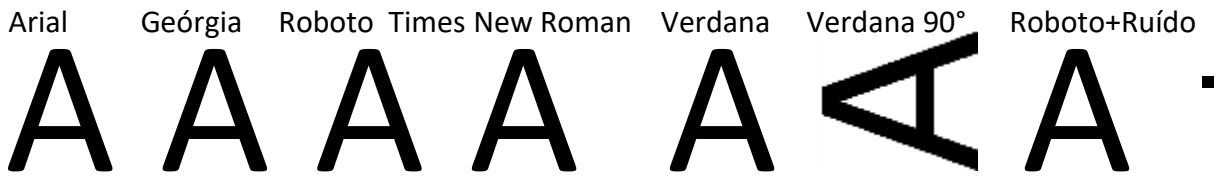
Figura 6. Fluxograma proposto.



3.1. Fontes Selecionadas

As fontes avaliadas neste trabalho são *Arial*, *Georgia*, *Roboto*, *Times New Roman* e *Verdana*. A escolha destas fontes se justifica pela semelhança que *Arial*, *Roboto* e *Verdana* possuem e também pelo fato de não serem fontes serifadas, isto é, não possuem alongamentos e hastes em seus extremos. Além disso, as fontes *Georgia* e *Times New Roman*, são fontes serifadas e, portanto, permitem fazer boas comparações entre si. Por fim, também se possibilita fazer uma comparação entre fontes serifadas e não serifadas. Além destes cinco fontes, foram utilizadas uma fonte *Verdana* com seus caracteres rotacionados em 90 graus, e também a fonte *Roboto* com a adição de um pixel de ruído, totalizando sete formatos para cada caractere do alfabeto (7 x 26 caracteres = 182 registros). Todos estes caracteres são utilizados para verificar se possíveis variações, como ruídos e diferentes ângulos, interferem na capacidade de reconhecimento dos algoritmos. A Figura 7 apresenta o caractere A impresso usando estas cinco fontes e também com uma rotação de 90º e acrescido de um pixel de ruído.

Figura 7. Diferentes formatos do caractere A usadas na avaliação: Arial, Georgia, Roboto, Times New Roman, Verdana, Verdana 90° e Roboto com ruído.



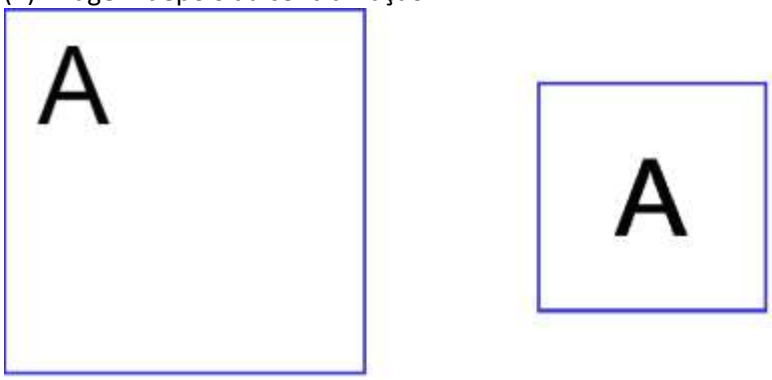
3.2. Aquisição das Imagens

Segundo Miranda *et al.* (2018), podem ser utilizados dois métodos para aquisição da imagem: o método online e o método off-line. O método online realiza o reconhecimento de caracteres quase que simultaneamente à escrita do usuário, usando um equipamento sensível ao toque. Neste trabalho utiliza-se o método off-line, que utiliza documentos contendo texto, adquiridos através do Google Documentos e, transformados em imagens no formato *PGM* (*portable gray map*). Dessas fontes foram retiradas imagens de todas as letras maiúsculas em seu tamanho 75.

3.3. Centralização da Imagem do Caractere

Durante o pré-processamento, é realizada a centralização dos caracteres, de modo a se gerar uma padronização ao método de cálculo da dimensão fractal. Para isso encontra-se o ponto que representa o centro de densidade dos caracteres, dado pela média aritmética vertical e horizontal das posições dos pixels que formam os desenhos dos caracteres. Após o cálculo da posição central dos caracteres, eles são centralizados em uma imagem, com três vezes as suas dimensões, de modo a permitir a aplicação de círculos ao redor da imagem dos caracteres. A Figura 8 apresenta em (a) um exemplo de caractere A não centralizado e, em (b) o mesmo caractere A após a sua centralização.

Figura 8. Exemplificação da centralização com visualização das bordas em azul. (1) Imagem antes da centralização. (2) Imagem depois da centralização.



(a) (b)

3.4. Cálculo das Dimensões Fractais

Usando as imagens recortadas e centralizadas na etapa de pré-processamentro, são aplicados os métodos de cálculo da dimensão fractal dos caracteres (Box-Counting, Massa Raio, Intersecção Acumulada e Dividers). A Tabela 1 apresenta uma parte dos valores de dimensão fractal obtidos, além de um número correspondente a ordem dos caracteres no alfabeto, ou seja, todas os caracteres ‘A’ recebem o número 1, todos os caracteres ‘B’, recebem o número 2, e assim sucessivamente.

Tabela 1. Parte dos valores de dimensão fractal obtidos com os métodos Box-Counting, Massa Raio, Intersecção Acumulada e Dividers.

Caractere	Conjunto	Box-Counting	MassaRaio	Intersecção Acumulada	Dividers
ARIAL					
A	1	1,22118	2,32365	0,76596	1,51406
E	5	1,25295	1,44696	0,35821	1,82517
I	9	1,11638	1,21119	0,31807	1,31191
O	15	1,25248	2,54253	1,57079	1,45140
U	21	1,19477	3,17099	1,39941	1,69645
B	2	1,29901	1,55819	0,67300	1,48443
...	...	...	...		
W	23	1,29282	2,43897	0,95115	1,72709
X	24	1,23666	1,36780	0,25614	1,70811
Y	25	1,15506	1,78141	0,57301	1,53207
Z	26	1,22574	1,35046	0,46356	1,74146
TIMES					
A	1	1,17336	2,04500	0,47047	1,53237
B	2	1,25245	1,63368	0,56673	1,56861
C	3	1,16296	2,78060	1,07985	1,75161

3.5. Classificação

Quando os dados são agrupados em classes e possuem um número grande de atributos, é importante identificar os atributos mais relevantes para separar as classes. Uma técnica tradicional, que pode ser usada para realizar esta tarefa é a Análise de Variância (*ANOVA*) (SNEDECOR e COCHRAN, 1967), (DUGAR, 2022), (IACOBUCCI, 2023), que utiliza a distribuição *F* de Snedecor. Por definição, uma variável aleatória contínua *x* tem distribuição *F* de Snedecor com v_1 e v_2 graus de liberdade, denotada por *F*(*x*), se sua função densidade for dada pela Equação 8.

$$F(x \mid v_1, v_2) = \frac{\Gamma\left(\frac{v_1+v_2}{2}\right)\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{v_1/2} x^{v_1/2-1}}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right)\left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)x+1\right]^{(v_1+v_2)/2}} \tag{8}$$

onde: Γ(x) é a função Gama.

Quando o valor calculado de *F* é superior ao valor crítico na distribuição *Snedecor*, o atributo analisado é considerado relevante para a separação das classes, ou ainda, quanto maior o valor de *F*, melhor será o atributo para classificar corretamente os registros.

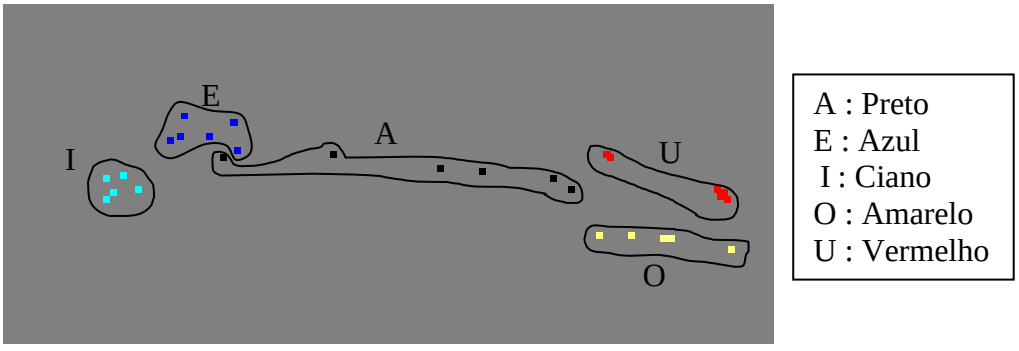
4. RESULTADOS OBTIDOS

Os valores de *F* obtidos para os valores de dimensão fractal obtidos com os quatro métodos usados neste trabalho são: Massa-Raio = 73.6092; Box-Counting = 19.7303; Interseção Acumulada = 6.3376 e Dividers = 2.0145. Sendo possível ver que o método de Massa-Raio é o que apresenta o maior valor F (F = 73,6092) e, assim, é o método com a maior capacidade de separação (distinção) dos caracteres nas suas classes correspondentes.

Como os dados usados possuem dimensão quatro (4D), é necessário usar uma técnica de visualização de dados multidimensionais (Schwabish, 2021), como o MDV (Artero e Oliveira, 2004),

A Figura 9 apresenta uma visualização dos valores 4D em um espaço 3D, gerado pelo MDV, usando a técnica de visualização de dados multidimensionais *Viz3D* (Artero; Oliveira, 2004), que perrmite observar o comportamento dos diferentes grupos de caracteres, de forma a identificar se os valores das diferentes fontes estão próximos no espaço. No caso de estarem próximos, indica-se uma facilidade de se classificar corretamente os caracteres.

Figura 9. Visualização em 3D (projetada na tela) dos cinco conjuntos (A, E, I, O e U) com seis fontes diferentes, formando agrupamentos.



Nesta figura nota-se que os caracteres I estão bem agrupados entre si, e bem separados dos demais caracteres, o que é muito bom para se obter uma classificação satisfatória. Nota-se também que os caracteres A estão bastante dispersos dentro de sua classe e, se aproximam bastante do grupo formado pelos caracteres E, o que indica a possibilidade de haver uma dificuldade na distinção de A e E.

Em seguida, para uma análise quantitativa, é apresentada uma classificação usando uma rede neural Backpropagation, que inicialmente usa os valores individuais da dimensão fractal, obtidos com os

quatro métodos apresentados neste trabalho. Para usar sempre a mesma estrutura na rede neural (quatro neurônios na camada de entrada, 26 neurônios na camada de saída e onze neurônios na camada oculta), quando os valores individuais da dimensão fractal são usados, seus valores são replicados nas quatro entradas da rede. Esta metodologia é adotada para garantir o uso da mesma técnica de classificação (rede neural backpropagation) e, sempre com a mesma estrutura.

Usando apenas os valores da dimensão fractal calculados com o método Massa-Raio (replicados nas quatro entradas da rede neural), foram obtidos 32 acertos (17.58%). Usando apenas os valores da dimensão fractal calculados com o método Box-counting foram obtidos 17 acertos (9,34%). Usando apenas os valores da dimensão fractal calculados com o método Dividers foram obtidos 14 acertos (7,69%). Usando apenas os valores da dimensão fractal calculados com o método Interseção Acumulada foram obtidos 13 acertos (7.14%). Estes resultados estão de acordo com o esperado para a classificação, considerando os valores críticos de *F* de *Snedecor* (Massa-Raio = 73.6092, Box-Couting = 19.7303; Interseção Acumulada = 6.3376; Dividers = 2.014). Por fim, usando os quatro valores da dimensão fractal, calculados com os quatro métodos diferentes resultou em uma classificação com 132 acertos (72.53%), representando um ganho extraordinário, quando comparado aos acertos obtidos com os valores individuais de dimensão fractal. Geralmente, em um trabalho de classificação não se espera que o uso de poucos atributos seja capaz de se levar a uma classificação 100% correta, sendo comum o uso combinado de vários descritores. O que se mostra neste trabalho é que a dimensão fractal consiste em um descritor razoável e, o mais importante é que a dimensão fractal obtida com diferentes métodos de cálculo pode gerar um conjunto de descritores bastante robusto, quando combinados. Como a taxa de acerto obtida com estes quatro valores é de 72.53%, observa-se a necessidade de se combinar outros tipos de descritores, para se atingir taxas de acerto maiores.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na literatura é comum considerar o valor da dimensão fractal como um descritor razoável para discriminar formas. Assim, este trabalho apresenta uma avaliação do uso individual de valores da dimensão fractal, obtidos com quatro métodos diferentes de cálculo, na classificação de caracteres. Em seguida, propõe o uso combinado destes quatro valores, objetivando tornar o classificador mais robusto. Os resultados obtidos confirmam que o uso isolado destes parâmetros é bastante limitado, porém, quando combinados, obtém-se uma excelente melhoria na taxa de acertos da classificação. Em trabalhos futuros deverá ser investigado o uso combinado de uma quantidade maior de valores de dimensão fractal obtidos com outros métodos de cálculo.

REFERÊNCIAS

AGGARWAL, C. C. **Neural Networks and Deep Learning:** A Textbook. 2nd ed. [*S. l.*]: Springer, 2023. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-29642-0

AL SAYED, I., MAWLOD, A., ALNAJJAR, A., GHENI, H. Survey on Handwritten Recognition. *In*: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MULTIDISCIPLINARY STUDIES AND INNOVATIVE TECHNOLOGIES (ISMSIT)**,** 2022.Anais **[...].** [*S. l.*], 2022, p. 273-281. DOI: https://doi.org/10.1109/ISMSIT56059.2022.9932793

AL-TAEE, M.M.; NEJI, S.B.H.; FRIKHA, M., Handwritten Recognition: A survey, **IEEE 4th International Conference on Image Processing, Applications and Systems (IPAS),** Genova, Italy, 2020. DOI: https://doi.org/10.1109/IPAS50080.2020.9334936

ARTERO, A. O. **Inteligência artificial**: teoria e prática. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

ARTERO, A. O.; OLIVEIRA, M. C. F. Viz3D: Effective Exploratory Visualization of Large Multidimensional Data Sets. *In*: BRAZILIAN SYMPOSIUM ON COMPUTER GRAPHICS AND IMAGE, 17., 2004. **Processing** [...]. Curitiba: SIBGRAPI, 2004. p. 340–347. DOI: 10.1109/SIBGRA.2004.1352979

ASSIS, T.A.; MIRANDA, J.A.V.; MOTA F.M.; ANDRADE, R. F. S.; CASTILHO, C. M. C.; Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais. **Revista Brasileira de Ensino de Física,** v. 30, n. 2, 2008. DOI: https://doi.org/10.1590/S1806-11172008000200005.

BACKES, A. R. **Implementação e comparação de métodos de estimativa da dimensão fractal e sua aplicação à análise e processamento de imagens.** 2006. Dissertação (Mestrado**) -** ICMC-USP, São Carlos, 2006.

BACKES, A. R.; BRUNO, O. M., Técnicas de estimativa da dimensão fractal: um estudo comparativo, **INFOCOMP Journal of Computer Science**, v. 4, n. 3, p. 50–58, 2005.

BELAN, P. A.; NERY, E. P.; ARAÚJO, S. A. Software para auxílio à pré-alfabetização infantil baseado em reconhecimento inteligente de caracteres manuscritos. **Exacta**, v. 4, n. 1, p. 87–93, 2008. DOI: https://doi.org/10.5585/exactaep.v4i1.656

CHEN, X.; JIN, L.; ZHU, Y.; LUO, C.; WANG T., Text Recognition in the wild: a survey. **ACM Computing Surveys (CSUR)**, v. 54, n. 2, 2021. DOI: https://doi.org/10.1145/3440756

CHIRIMILLA, R.; VARDHAN, V. A survey of optical character recognition techniques on indic script. **ECS Transactions**, v. 107, n. 1, 2022. DOI: https://doi.org/10.1149/10701.6507ecst

COELHO, R. C.; COSTA, L. F. The Box-Counting Fractal Dimension: Does it Provide an Accurate Subsidy for Experimental Shape Characterization? If So, How to Use It? In: SIBGRAPI, 1995. **Anais** […]. [*S. l.: s.n.*], 1995. p. 183-191,

DUGAR, S., **Handbook on Standard Costing and Variance Analysis: Distinct Perspectives with Practical Examples**, Independently published, 89p., 2022.

EIKVIL, L., **Optical Character Recognition**, Norsk Regnesentral, P.B. 114 Blindern, N-0314, December 1993.

IACOBUCCI, D., Analysis of Variance, **Experimental Design, and Multivariate ANOVA**, 3o ed., Independently published, 301p., 2023.

ISLAM, N., ISLAM,Z., NOOR, N., A Survey on Optical Character Recognition System, **Journal of Information & Communication Technology-JICT**, vol. 10 n. 2, 2016.

LAKSHMANAN, V.; GÖRNER, M.; GILLARD., **Practical Machine Learning for Computer Vision: End-to-End Machine Learning for Images**, O'Reilly Media, 480p., 2021.

LATHROP, J.I.; LUTZ, J.H.; SUMMERS, S.M., **Strict self-assembly of discrete Sierpinski triangles**. In: Proceedings of the third conference on computability in Europe, Siena, 18–23 June 2007. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-540-73001-9_47

LATHROP, J.I.; LUTZ, J.H.; SUMMERS, S.M., Strict self-assembly of discrete Sierpinski triangles. **Theor Comput Sci** 410:384–405, 2009. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tcs.2008.09.062

MANDELBROT, B.B., **The Fractal Geometry of Nature**, Echo Point Books & Media, 500p, 2021.

MAYNARD, M., **Neural Networks: Introduction to Artificial Neurons, Backpropagation and Multilayer Feedforward Neural Networks with Real-World Applications**, Independently Published, 54p., 2020

MILANO, D; HONORATO, L.; **Visão Computacional**, Universidade Estadual de Campinas, 2010, pp. 1.

MIRANDA R.A.R.; SILVA, F.A.; PAZOTI M.A.; ARTERO A.O.; PITERI M.A.; Handwritten Character Recognition based on Frequency, Character-edge Distances and Densities, **Colloquium Exactarum**, v. 5, n.2, Jul-Dez. 2013, p.109 –127, 2013. DOI: https://doi.org/10.5747/ce.2013.v05.n2.e062

MONISHA, G.S., MALATHI, S., Effective Survey on Handwriting Character Recognition, In: Singh, V., Asari, V.K., Kumar, S., Patel, R.B. (Eds) **Computational Methods and Data Engineering**, Advances in Intelligent Systems and Computing, v. 1257, Springer, 2021. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-15-7907-3_9

OLIVEIRA, M. A. **Backpropagation e redes neurais.** São Paulo: Ciência Moderna, 2024. v. 1.

RAMYAA, C.H.; VARDHANA, B.V. A survey of optical character recognition techniques on indic script. **ECS Transactions**, v. 107, n. 1, p. 6507-6514, 2022. DOI: https://doi.org/10.1149/10701.6507ecst

SCHIERWAGEN, A. Scale-invariant diffusive growth: a dissipative principle relating neuronal form to function. *In*: MAYNARD-SMITH, J.; VIDA, G. (ed.). **Organizational constraints on the dynamics of evolution.** Manchester: Manchester University Press, 1990.

SCHWABISH, J. **Better data visualizations:** a guide for scholars, researchers, and wonks. [S.l.]: Columbia University Press, 2021. DOI: https://doi.org/10.7312/schw19310.

SHARMA, P. A survey on optical character recognition techniques. **International Journal of Management, Technology and Engineering**, v. 8, n. 10, 2018. Disponível em: https://ijamtes.org/gallery/370%20oct%20ijamte%20-%201126.pdf. Acesso em: 24 nov. 2025.

SHOLL, D. Dendritic organization in the neurons of the visual cortices of the cat. **Journal of Anatomy**, v. 87, p. 387-406, 1953. DOI: https://doi.org/10.1038/171387a0.

SILVA, E.; RODRIGUES, R. J.; THOMÉ, A. C. G. Extração de Características para o Reconhecimento de Letras Manuscritas. *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 5., 2001 Canela, RS. **Anais** [...]. Canela: [s.n.], 2001.

SILVA, E. **Reconhecimento inteligente de caracteres manuscritos**. 2003.**Dissertação (Mestrado em Engenharia) -** Instituto Militar de Engenharia, 2003.

SILVA, J. L. S.; SALES, L.E.; SILVA Jr., W.S.; MELO, W. Análise de métodos de correção de iluminação. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 16., 2016. **Anais** [...]. [*S.l.: s.n.*], 2016.

SILVA, F. A.; ARTERO, A. O.; PAIVA, M. S. V.; BARBOSA, R. L. Um algoritmo rápido para o reconhecimento de caracteres. Workshop de Visão Computacional – WVC, 7., 2011. **Anais** [...]. [*S.l.: s.n.*], 2011.

SNEDECOR, G.W.; COCHRAN, W.G., **Statistical Methods**. 7th ed. [*S. l.*]: Iowa State, 1967.

STOYAN, D.; STOYAN, H. Methods for the empirical determination of fractal dimension. *In*: STOYAN, D., STOYAN, H. (Eds.). **Fractals, Random Shapes and Point Fields**. New York: Wiley, 1994. p. 39-45

SZELISKI, R. **Computer vision**: algorithms and applications (Texts in Computer Science). [*S. l.*]: Springer, 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-34372-9.

TAKAYASU, H. **Fractals in the physical sciences**. Manchester: Manchester University Press, 1990.

TORRALBA, A.; ISOLA, P.; FREEMAN, W.T. **Foundations of Computer Vision (Adaptive Computation and Machine Learning series)**. [*S. l.*]: The MIT Press, 2024.

WANG, X-F.; HE, Z-H.; WANG, K.; WANG, Y-F.; ZOU, L.; WU, Z-Z. A survey of text detection and recognition algorithms based on deep learning technology. **Neurocomputing**, v. 556, n. 1, 2023.